μέτρον... άριστον
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Μ.Ε.

ΦΥΣΙΚΗ
β΄ λυκείου

Θετικού προσανατολισμού

Πολίτης Άρης

περιλαμβάνει:

- Θεωρία - επεκτάσεις θεωρίας
- Μεθοδολογίες στρατηγικές επίλυσης ασκήσεων
- Θέματα προς επίλυση

➢ Θέμα Α : Περιέχει ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής
➢ Θέμα Β : Περιέχει ερωτήσεις με αιτιολόγηση
➢ Θέμα Γ : Περιέχει ασκήσεις και προβλήματα
➢ Θέμα Δ : Περιέχει σύνθετες ασκήσεις

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό απευθύνεται στους μαθητές της Β΄ τάξης του Γενικού Λυκείου , θετικού προσανατολισμού.

Ο πρωταρχικός στόχος μου είναι ο μαθητής να κατανοήσει σε βάθος τις έννοιες των φυσικών μεγεθών και φαινομένων που πραγματεύεται η ύλη της φυσικής της Β΄ Λυκείου και στη συνέχεια να δοκιμάσει να λύσει θέματα κάθε τύπου Α , Β , Γ , Δ , όπως ακριβώς ζητούνται αργότερα στις πανελλήνιες εξετάσεις.

Ο σχεδιασμός και η δομή του βιβλίου αυτού είναι τέτοιος ώστε ο μαθητής να μπορέσει να κατανοήσει ότι διαβάζει και να κατηγοριοποιήσει την ύλη αποδίδοντας στη μελέτη του.
Ειδικότερα το βιβλίο αυτό περιέχει όλη την ύλη, η οποία οργανώνεται σε έξι κεφάλαια:

1. ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ
2. ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ
3. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΤΗΝ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ
4. ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ
5. ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ
6. ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Κάθε κεφάλαιο από τα παραπάνω είναι δομημένο ώστε να περιέχει τα ακόλουθα:

Θεωρία αλλά και **επεκτάσεις** της **θεωρίας**, ώστε ο μαθητής να διαθέτει το αναγκαίο υπόβαθρο που θα τον βοηθήσει να κατανοήσει τα αντικείμενα περιλαμβάνοντας και τις αποδείξεις των σχέσεων.

Μεθοδολογίες και **στρατηγικές επίλυσης** των **ασκήσεων** που συνοδεύονται και από παραδείγματα εφαρμογής τους.

Θέματα προς επίλυση ακριβώς όπως θα τα συναντήσει ο μαθητής και στις πανελλήνιες εξετάσεις.

► **Θέμα Α:** Περιέχει ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής και ερωτήσεις Σωστού – Λάθους , ώστε να γίνει έλεγχος της θεωρίας.

► **Θέμα Β:** Περιέχει ερωτήσεις ανάπτυξης στις οποίες ο μαθητής καλείται να αιτιολογήσει την απάντησή του λύνοντας μια μικρή άσκηση χωρίς «νούμερα».

► **Θέμα Γ:** Περιέχει ασκήσεις και προβλήματα στο πνεύμα και τις απαιτήσεις των εξετάσεων.

► **Θέμα Δ:** Περιέχει σύνθετες ασκήσεις και προβλήματα αυξημένης δυσκολίας , στα οποία η διατύπωση των ερωτημάτων είναι επιστημονικά ακριβής και επιζητά τη σχολαστική μελέτη τους από το μαθητή για την επίλυσή τους.

Σε καθένα από τα παραπάνω θέματα υπάρχουν διακριτά επίπεδα δυσκολίας τα οποία κλιμακώνονται και φυσικά όλες οι **λύσεις των θεμάτων** δίδονται στη διαδικασία του μαθήματος.

Η επιλογή και φυσικά η επεξεργασία των θεμάτων στηρίχθηκε σε μια εκτεταμένη βιβλιογραφία και απευθύνεται σε **απαιτητικούς μαθητές** που θέλουν να νιώθουν σίγουροι για την ολοκληρωμένη προετοιμασία τους.

Μετά από **είκοσι χρόνια** διδακτικής **εμπειρίας** και παρουσίας μου στην τάξη έχω τη βεβαιότητα ότι το πόνημα αυτό θα βοηθήσει το μαθητή να **αριστεύσει** στο μάθημα της **φυσικής** και θα πάρει τις βάσεις που απαιτούνται για την επιτυχημένη μετέπειτα πορεία του.

Είναι ευνόητο ότι θα δεχτώ με μεγάλη χαρά από τους μαθητές μου αλλά και από εκλεκτούς συναδέλφους , τις επισημάνσεις και τις ιδέες τους για τη βελτίωσή του.

Με τις θερμότερες ευχές μου για αποδοτική μελέτη και επιτυχία!

Πολίτης Άρης
Φροντιστής Φυσικός

Σεπτέμβριος 2016

μέτρον...
άριστον
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Μ.Ε.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Θεωρία ..... 9 – 20

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

Θεωρία
Αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων 23
Οριζόντια βολή 23
Παράδειγμα 1 26
Παράδειγμα 2 27
Παράδειγμα 3 29
Παράδειγμα 4 31
Παράδειγμα 5 32
Παράδειγμα 6 33
Ερωτήσεις – Ασκήσεις στην Οριζόντια βολή
Θέμα Α.....35
Θέμα Β.....39
Θέμα Γ , Δ 43

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Θεωρία
Ομαλή κυκλική κίνηση 53
Ομοκεντρικό σύστημα 55
Σύστημα τροχών με ιμάντα ή αλυσίδα – Οδοντωτών τροχών 55
Παράδειγμα 1 57
Παράδειγμα 2 58
Παράδειγμα 3 59
Παράδειγμα 4 60
Παράδειγμα 5 61
Παράδειγμα 6 62
Ερωτήσεις – Ασκήσεις στην Ομαλή κυκλική κίνηση
Θέμα Α.....65
Θέμα Β.....70
Θέμα Γ , Δ 73

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΤΗΝ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Θεωρία
Κεντρομόλος δύναμη 81
Παράδειγμα 1 82
Παράδειγμα 2 83
Παράδειγμα 3 84
Παράδειγμα 4 85
Παράδειγμα 5 86
Παράδειγμα 6 87
Παράδειγμα 7 89

Ερωτήσεις – Ασκήσεις στη δυναμική στην κυκλική κίνηση
1. Ερωτήσεις – Ασκήσεις στη δυναμική στην ομαλή κυκλική κίνηση
Θέμα Α..... 91
Θέμα Β..... 94
Θέμα Γ , Δ 96
2. Ερωτήσεις – Ασκήσεις στη δυναμική στη μή ομαλή κυκλική κίνηση
Θέμα Α..... 98
Θέμα Β..... 100
Θέμα Γ , Δ 102

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Θεωρία
Ορμή 107
Γενικευμένη μορφή του θεμελιώδους νόμου 108
Διατήρηση της ορμής 108
Περιπτώσεις εφαρμογής της αρχής διατήρησης της ορμής 109
Κρούσεις 111
Κεντρική ελαστική κρούση 112
Κεντρική ανελαστική κρούση 112
Κεντρική πλαστική κρούση 113
Μεθοδολογία ασκήσεων 114
Παράδειγμα 1 115
Παράδειγμα 2 117
Παράδειγμα 3 119
Παράδειγμα 4 121
Παράδειγμα 5 123
Παράδειγμα 6 125
Ερωτήσεις – Ασκήσεις στην ορμή και διατήρηση της ορμής
1. Ερωτήσεις – Ασκήσεις στην ορμή και τη δύναμη
Θέμα Α.....127
Θέμα Β.....130
Θέμα Γ , Δ 133
2. Ερωτήσεις – Ασκήσεις στη διατήρηση της ορμής
Θέμα Α.....137
Θέμα Β.....140
Θέμα Γ , Δ 145

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

Θεωρία
Καταστατική εξίσωση ιδανικού αερίου 163
Ισόθερμη μεταβολή 164
Ισόχωρη μεταβολή 166
Ισοβαρής μεταβολή 168
Παράδειγμα 1 170
Κυλινδρικό δοχείο που κλείνει με έμβολο 172
Κυλινδρικός σωλήνας που κλείνει με σταγόνα υδραργύρου 173
Δοχεία που συνδέονται με σωλήνα αμελητέου όγκου – Ανάμιξη αερίων 173
Παράδειγμα 2 174
Παράδειγμα 3 175

Κινητική θεωρία των αερίων 176
Ενεργός ταχύτητα 178
Παράδειγμα 4 179
Παράδειγμα 5 180
Θερμοδυναμικό σύστημα 181
Αντιστρεπτές μεταβολές 182
Εσωτερική ενέργεια ΔU....183
Θερμότητα Q 184
Έργο W 184
Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος 186
Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες C_V , C_P 187
Προσδιορισμός μεγεθών ΔU, Q , W 189
Αδιαβατική μεταβολή 191
Παράδειγμα 6 192
Παράδειγμα 7 193
Παράδειγμα 8 194
Παράδειγμα 9 196
Παράδειγμα 10 196
Παράδειγμα 11 197
Παράδειγμα 12 198
Θερμικές μηχανές 199
Ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής 199
Παράδειγμα 13 200
Παράδειγμα 14 201
Παράδειγμα 15 202
Παράδειγμα 16 203
Παράδειγμα 17 204
Παράδειγμα 18 205
Ο κύκλος του Carnot 206
Παράδειγμα 19 208
Παράδειγμα 20 209
Παράδειγμα 21 209
Παράδειγμα 22 210
Ερωτήσεις – Ασκήσεις στη θερμοδυναμική
1. Ερωτήσεις – Ασκήσεις στους νόμους των αερίων
Θέμα Α....211
Θέμα Β....214
Θέμα Γ , Δ 220
2. Ερωτήσεις – Ασκήσεις στην κινητική θεωρία
Θέμα Α....225
Θέμα Β....228
Θέμα Γ , Δ 231
3. Ερωτήσεις – Ασκήσεις στα έργο – θερμότητα – εσωτερική ενέργεια
Θέμα Α....235
Θέμα Β....243
Θέμα Γ , Δ 247
4. Ερωτήσεις – Ασκήσεις στις θερμικές μηχανές και μηχανές Carnot
Θέμα Α....257
Θέμα Β....262
Θέμα Γ , Δ 266

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Θεωρία
Δυναμικό σε ένα σημείο 277
Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U 278
Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια συστήματος φορτίων.....279
Μεθοδολογία ασκήσεων 280
Παράδειγμα 1 280
Παράδειγμα 2 283
Παράδειγμα 3 284
Παράδειγμα 4 287
Παράδειγμα 5 288
Παράδειγμα 6 290
Ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο 292
Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου εντός ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου 295
Παράδειγμα 7 300
Παράδειγμα 8 301
Παράδειγμα 9 302
Παράδειγμα 10 304
Πυκνωτής και χωρητικότητα 307
Ενέργεια αποθηκευμένη σε φορτισμένο πυκνωτή 310
Μονωμένος πυκνωτής 311
Πυκνωτής μόνιμα συνδεδεμένος με πηγή 311
Σύνδεση πυκνωτών που είναι ομώνυμα φορτισμένοι 312
Σύνδεση πυκνωτών που είναι ετερώνυμα φορτισμένοι 312
Παράδειγμα 11 313
Παράδειγμα 12 314
Παράδειγμα 13 315
Παράδειγμα 14 316
Παράδειγμα 15 317
Ερωτήσεις – Ασκήσεις στο ηλεκτρικό πεδίο
1. Ερωτήσεις – Ασκήσεις στο ανομογενές ηλεκτρικό πεδίο
Θέμα Α.....319
Θέμα Β.....323
Θέμα Γ , Δ 326
2. Ερωτήσεις – Ασκήσεις στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο
Θέμα Α.....333
Θέμα Β.....336
Θέμα Γ , Δ 343
3. Ερωτήσεις – Ασκήσεις στους πυκνωτές
Θέμα Α.....349
Θέμα Β.....352
Θέμα Γ , Δ 355

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

μέτρον... άριστον ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Μ.Ε.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΗΣ Α΄ΛΥΚΕΙΟΥ:

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ:

Τα μεγέθη που περιγράφουν τις ευθύγραμμες (μεταφορικές) κινήσεις είναι:

1) **Μετατόπιση** $\Delta\vec{x}$ **:** Είναι το διάνυσμα που συνδέει την αρχική με την τελική θέση του κινητού, $\Delta x = x - x_o$ (m).

2) **Διάστημα** S**:** Είναι το μονόμετρο μέγεθος που εκφράζει το μήκος της διαδρομής που διανύει το κινητό, (m).

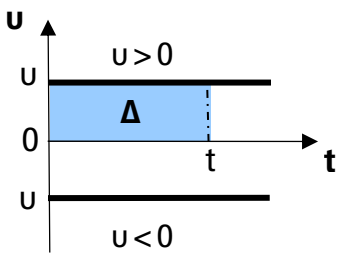
3) **Ταχύτητα** $\vec{\upsilon}$**:** Εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της θέσης , $\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{x}}{dt}$ (m/s).

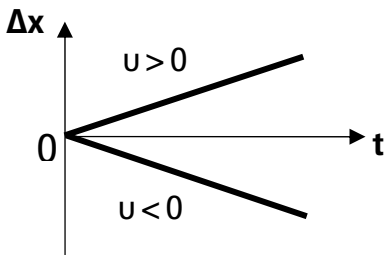
4) **Επιτάχυνση** $\vec{\alpha}$**:** Εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας , δηλαδή $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$ (m/s^2).

ΕΙΔΗ ΚΙΝΗΣΕΩΝ:

1 ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ:

Είναι η κίνηση στην οποία η ταχύτητα του σώματος παραμένει σταθερή σε μέτρο και κατεύθυνση οπότε δεν υπάρχει επιτάχυνση. $\vec{\upsilon} = \text{σταθ.}$, $\vec{\alpha} = 0$ και $\Delta x = \upsilon \cdot t$.

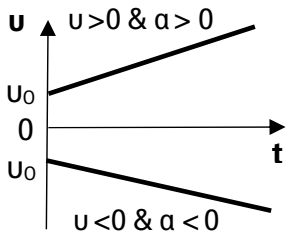


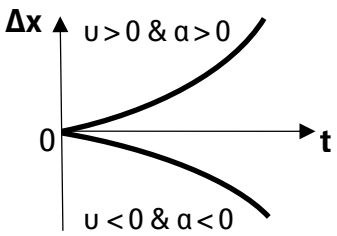


2 ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ:

Είναι η κίνηση στην οποία το μέτρο της ταχύτητας του σώματος αυξάνεται με σταθερό ρυθμό και η επιτάχυνση παραμένει σταθερή σε μέτρο και κατεύθυνση , ενώ το διάνυσμά της είναι ομόρροπο αυτού της ταχύτητας. $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$, $\vec{\alpha} = \text{σταθ.}$, $\upsilon = \upsilon_o + \alpha \cdot t$, $\Delta x = \upsilon_o \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2$ οπότε με απαλοιφή του χρόνου μεταξύ των δύο σχέσεων προκύπτει: $\Delta x = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_o^2}{2\alpha}$.

Αν το σώμα ξεκινά από την ηρεμία τότε $\upsilon_o = 0$ οπότε οι σχέσεις παίρνουν τη μορφή: $\upsilon = \alpha \cdot t$, $\Delta x = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2$ και $\Delta x = \frac{\upsilon^2}{2\alpha}$.





3 ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ:

Είναι η κίνηση στην οποία το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μειώνεται με σταθερό ρυθμό και η επιτάχυνση παραμένει σταθερή σε μέτρο και κατεύθυνση , ενώ το διάνυσμά της είναι αντίρροπο αυτού της ταχύτητας. $\vec{\alpha} \uparrow\downarrow \vec{\upsilon}$, $\vec{\alpha} = \text{σταθ.}$, $\upsilon = \upsilon_o - |\alpha| \cdot t$, $\Delta x = \upsilon_o \cdot t - \frac{1}{2}|\alpha| \cdot t^2$ οπότε με απαλοιφή του χρόνου μεταξύ των δύο σχέσεων προκύπτει: $\Delta x = \frac{\upsilon_o^2 - \upsilon^2}{2|\alpha|}$.

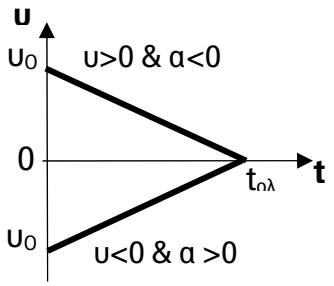
Προφανώς η επιβραδυνόμενη κίνηση ξεκινά πάντα από κάποια αρχική ταχύτητα $\upsilon_o \neq 0$.

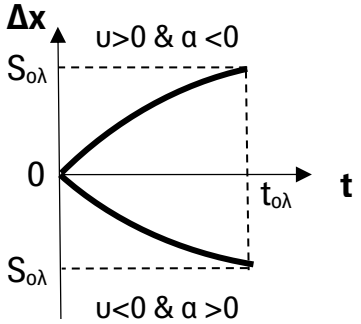
Ολικός χρόνος ακινητοποίησης: Όταν το κινητό τελικά σταματάει έχουμε:

$\upsilon = 0 \Leftrightarrow \upsilon_o - |\alpha| \cdot t_{ολ} = 0 \Leftrightarrow \upsilon_o = |\alpha| \cdot t_{ολ}$ οπότε: $t_{ολ} = \frac{\upsilon_o}{|\alpha|}$

Ολικό διάστημα ακινητοποίησης: $S_{ολ} = \upsilon_o \cdot t_{ολ} - \frac{1}{2}|\alpha| \cdot t_{ολ}^2 = t_{ολ}(\upsilon_o - \frac{1}{2}|\alpha| \cdot t_{ολ})$

$S_{ολ} = \frac{\upsilon_o}{|\alpha|}(\upsilon_o - \frac{1}{2}|\alpha| \cdot \frac{\upsilon_o}{|\alpha|}) = \frac{\upsilon_o}{|\alpha|}(\upsilon_o - \frac{\upsilon_o}{2}) = \frac{\upsilon_o}{|\alpha|} \cdot \frac{\upsilon_o}{2}$ οπότε: $S_{ολ} = \frac{\upsilon_o^2}{2|\alpha|}$





Ελεύθερη πτώση:

Ένα σώμα κάνει ελεύθερη πτώση όταν το αφήσουμε να πέσει από κάποιο ύψος Η και η μόνη δύναμη που ενεργεί σε αυτό είναι το βάρος του, το οποίο θεωρείται σταθερό, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, **στο κενό**.

Το σώμα πέφτει με σταθερή επιτάχυνση που ονομάζεται επιτάχυνση της βαρύτητας g =10 m/s^2, ενώ η κίνηση που εκτελεί είναι **ομαλά επιταχυνόμενη**.

Εξισώσεις ελεύθερης πτώσης:

$\alpha = g$ και $\upsilon_o = 0$ οπότε οι σχέσεις παίρνουν τη μορφή:

Ταχύτητα κίνησης: $\upsilon = g \cdot t$, Διανυόμενο διάστημα: $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

Ύψος από το το έδαφος: $h = H - y$ ή $h = H - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

Συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος: $y_{ολ} = H \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{ολ}^2 = H \Leftrightarrow t_{ολ} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$

Ταχύτητα πρόσκρουσης με το έδαφος: $\upsilon_{τελ} = g \cdot t_{ολ} \Leftrightarrow \upsilon_{τελ} = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$

ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ (υ – t):

1 Αν το διάγραμμα περιέχει μόνο **ευθύγραμμα τμήματα** τότε υπάρχει **σταθερή επιτάχυνση**.

2 Αν το ευθύγραμμο τμήμα ¨**ανεβαίνει**¨ τότε $\alpha > 0$ ενώ όταν αντίστοιχα ¨**κατεβαίνει**¨ τότε $\alpha < 0$.

3 Όσο **μεγαλύτερη** είναι η **κλίση** του ευθυγράμμου τμήματος τόσο μεγαλύτερη σε μέτρο είναι η **επιτάχυνση**.

4 Η **επιτάχυνση** υπολογίζεται από την **κλίση** του ευθυγράμμου τμήματος σύμφωνα με τη σχέση:
$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - \upsilon_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\varepsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}}$, και η τιμή που βρίσκουμε είναι η ¨**ίδια**¨ σε όλη τη χρονική διάρκεια στην οποία αναφέρεται.

5 Το **εμβαδό** της επιφάνειας που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα t στα όρια των χρονικών στιγμών που μας ενδιαφέρουν δίνει τη **μετατόπιση Δx** σε (m).

6 Το είδος της κίνησης του σώματος προκύπτει από τα πρόσημα της **ταχύτητας υ** και της **επιτάχυνσης α**. Εφόσον είναι **ομόσημα** η κίνηση είναι **επιταχυνόμενη** ενώ εφόσον είναι **ετερόσημα** η κίνηση είναι **επιβραδυνόμενη**.

ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ (α – t):

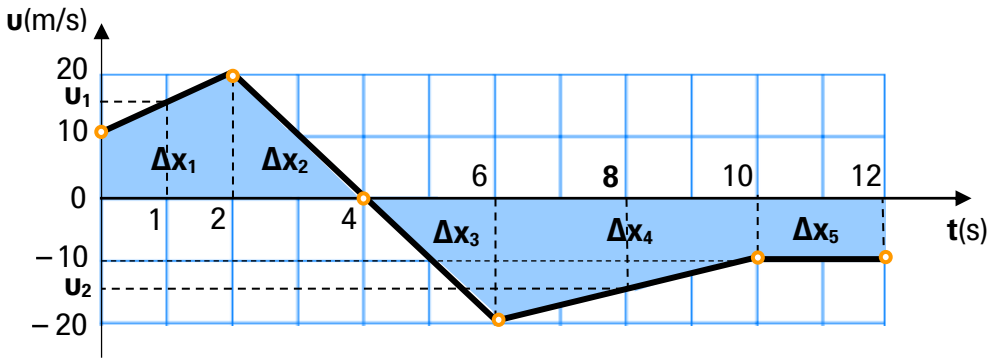
1 Αν το διάγραμμα περιέχει μόνο **ευθύγραμμα τμήματα παράλληλα** στον άξονα t ,τότε υπάρχει **σταθερή επιτάχυνση**.

2 Το **πρόσημο** της **επιτάχυνσης** δεν αρκεί για να καθορίσουμε το είδος της κίνησης. Πρέπει να γνωρίζουμε και το **πρόσημο** της **αρχικής ταχύτητας** υ_0.

3 Το **εμβαδό** της επιφάνειας που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα t, στα όρια των χρονικών στιγμών που μας ενδιαφέρουν δίνει τη **μεταβολή της ταχύτητας Δυ**.

4 Εφόσον η **επιτάχυνση είναι μηδέν (α = 0)** τότε προφανώς το σώμα εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση**.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:
να σώμα εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση και η του ταχύτητα μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με το παρακάτω διάγραμμα.



Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

1. **Την επιτάχυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_1=1$ s ,$t_2=3$ s, $t_3=5$ s, $t_4=8$ s , $t_5=11$ s.**
2. **Την ταχύτητα του σώματος τις στιγμές $t_1=1$ s , $t_4=8$ s.**
3. **Τη συνολική μετατόπιση και το συνολικό διάστημα που εκτέλεσε συνολικά το σώμα.**
4. **Να καθορίσετε τα είδη των κινήσεων που εκτελεί το σώμα.**
5. **Να κατασκευάσετε τα διαγράμματα της επιτάχυνσης και της μετατόπισης συναρτήσει του χρόνου.**

ΛΥΣΗ:

1. Η επιτάχυνση δίνεται από τη σχέση: $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}-\upsilon_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\varepsilon\lambda}-t_{\alpha\rho\chi}}$

$\alpha_1=\frac{20-10}{2-0}\Leftrightarrow \alpha_1=5\,\frac{m}{s^2}$ είναι σταθερή στο διάστημα $0<t<2$ s

$\alpha_2=\frac{0-20}{4-2}\Leftrightarrow \alpha_2=-10\,\frac{m}{s^2}$ είναι σταθερή στο διάστημα $2\text{ s}<t<4$ s

$\alpha_3=\frac{-20-0}{6-4}\Leftrightarrow \alpha_3=-10\,\frac{m}{s^2}$ είναι σταθερή στο διάστημα $4\text{ s}<t<6$ s

$\alpha_4=\frac{-10-(-20)}{10-6}\Leftrightarrow \alpha_4=2{,}5\,\frac{m}{s^2}$ είναι σταθερή στο διάστημα $6\text{ s}<t<10$ s

$\alpha_5=\frac{-10-(-10)}{12-10}\Leftrightarrow \alpha_5=0$ είναι σταθερή στο διάστημα $10\text{ s}<t<12$ s

2. Η ταχύτητα θα υπολογιστεί με τη βοήθεια της σχέσης $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$

Για $t_1=1$ s βρήκαμε $\alpha_1=5\,\frac{m}{s^2}$ οπότε θα εφαρμόσουμε την παραπάνω σχέση στο χρονικό διάστημα $0<t<1$ s: $5=\frac{\upsilon_1-10}{1-0}\Leftrightarrow \upsilon_1=15\,\frac{m}{s}$

Για $t_4=8$ s βρήκαμε $\alpha_4=2{,}5\,\frac{m}{s^2}$ οπότε θα εφαρμόσουμε την παραπάνω σχέση στο χρονικό διάστημα $6\text{ s}<t<8$ s: $2{,}5=\frac{\upsilon_2-(-20)}{8-6}\Leftrightarrow \upsilon_2=-15\,\frac{m}{s}$

3. Το εμβαδό της επιφάνειας που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα t στα όρια των χρονικών στιγμών που μας ενδιαφέρουν δίνει τη **μετατόπιση** σε (m):

$\Delta x_1=\frac{20+10}{2}\cdot 2\Leftrightarrow \Delta x_1=30\,m$, $\Delta x_2=\frac{20}{2}\cdot 2\Leftrightarrow \Delta x_2=20\,m$, $\Delta x_3=\frac{-20}{2}\cdot 2\Leftrightarrow \Delta x_3=-20\,m$

$\Delta x_4=\frac{-10-20}{2}\cdot 4\Leftrightarrow \Delta x_4=-60\,m$, $\Delta x_5=-10\cdot 2\Leftrightarrow \Delta x_5=-20\,m$

Συνολική μετατόπιση:

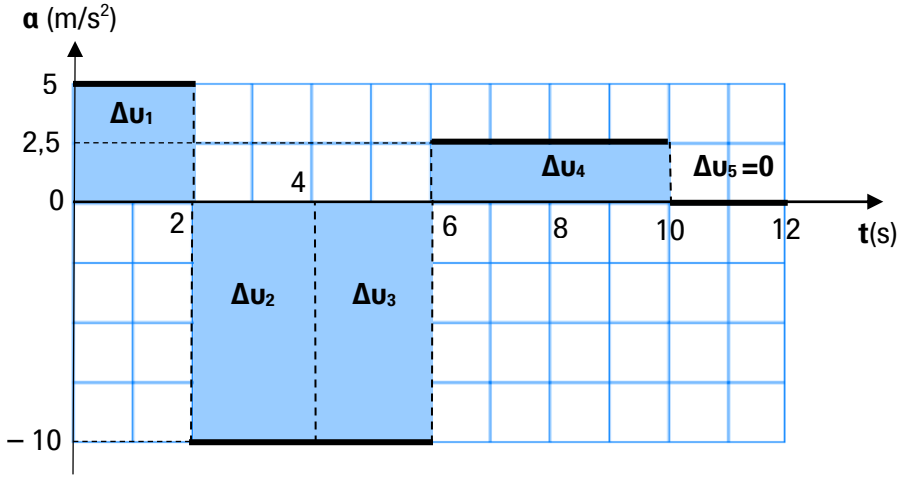
$\Delta x_{o\lambda}=\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3+\Delta x_4+\Delta x_5\Leftrightarrow \Delta x_{o\lambda}=30+20+(-20)+(-60)+(-20)\Leftrightarrow \Delta x_{o\lambda}=-50\,m$

Συνολικό διάστημα:

$S_{o\lambda}=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|+|\Delta x_3|+|\Delta x_4|+|\Delta x_5|\Leftrightarrow S_{o\lambda}=|30|+|20|+|-20|+|-60|+|-20|\Leftrightarrow S_{o\lambda}=150\,m$

4. Για τις ακόλουθες χρονικές διάρκειες εκτελούνται οι παρακάτω κινήσεις:
0 < t < 2 s: $\upsilon > 0$ & $\alpha_1 > 0$ οπότε εκτελείται ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, προς τα δεξιά.
2 s < t < 4 s: $\upsilon > 0$ & $\alpha_2 < 0$ οπότε εκτελείται ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, προς τα δεξιά.
4 s < t < 6 s: $\upsilon < 0$ & $\alpha_3 < 0$ οπότε εκτελείται ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, προς τα αριστερά.
6 s < t < 10 s: $\upsilon < 0$ & $\alpha_4 > 0$ οπότε εκτελείται ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, προς τα αριστερά.
10 s < t < 12 s: $\upsilon < 0$ & $\alpha_5 = 0$ οπότε εκτελείται ομαλή κίνηση, προς τα αριστερά.

5. Θα κατασκευάσουμε το διάγραμμα **(α – t)** με βάση τις τιμές που βρήκαμε.



Παρατηρούμε ότι τα εμβαδά από το διάγραμμα αυτό μας δίνουν τη μεταβολή της ταχύτητας.
Γνωρίζουμε ότι για $t = 0$, $\upsilon_0 = 10$ m/s

$\Delta\upsilon_1 = 2 \cdot 5 = 10$ m/s $\Leftrightarrow$ $\upsilon_1 - \upsilon_0 = 10$ m/s $\Leftrightarrow$ $\upsilon_1 = \upsilon_0 + 10$ m/s $\Leftrightarrow$ $\boxed{\upsilon_1 = 20 \text{ m/s}}$

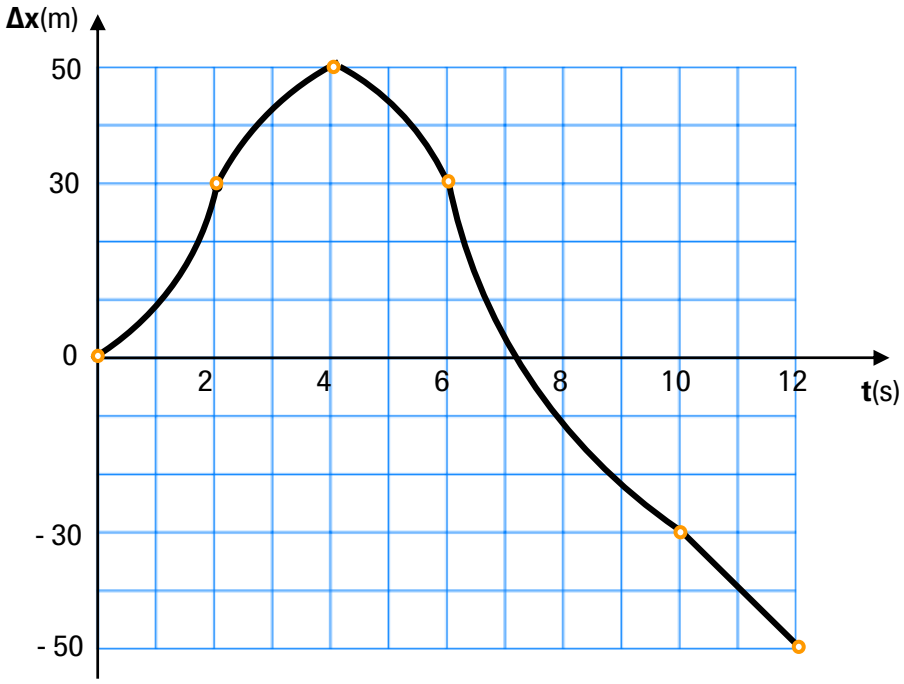
$\Delta\upsilon_2 = -10 \cdot 2 = -20$ m/s $\Leftrightarrow$ $\upsilon_2 - \upsilon_1 = -20$ m/s $\Leftrightarrow$ $\upsilon_2 = \upsilon_1 - 20$ m/s $\Leftrightarrow$ $\boxed{\upsilon_2 = 0 \text{ m/s}}$

$\Delta\upsilon_3 = -10 \cdot 2 = -20$ m/s $\Leftrightarrow$ $\upsilon_3 - \upsilon_2 = -20$ m/s $\Leftrightarrow$ $\upsilon_3 = \upsilon_2 - 20$ m/s $\Leftrightarrow$ $\boxed{\upsilon_3 = -20 \text{ m/s}}$

$\Delta\upsilon_4 = 4 \cdot 2{,}5 = 10$ m/s $\Leftrightarrow$ $\upsilon_4 - \upsilon_3 = 10$ m/s $\Leftrightarrow$ $\upsilon_4 = \upsilon_3 + 10$ m/s $\Leftrightarrow$ $\boxed{\upsilon_4 = -10 \text{ m/s}}$

$\Delta\upsilon_5 = 0$ m/s $\Leftrightarrow$ $\upsilon_5 - \upsilon_4 = 0$ m/s $\Leftrightarrow$ $\upsilon_5 = \upsilon_4$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{\upsilon_5 = -10 \text{ m/s}}$

Θα κατασκευάσουμε το διάγραμμα **(Δx - t)** με βάση τις τιμές που βρήκαμε.



Το πρόσημο στη μετατόπιση προφανώς δείχνει τη φορά κίνησης του σώματος η οποία είναι προς τα δεξιά όταν **Δx > 0** και προς τα αριστερά όταν **Δx < 0**.

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ:

1 **ΒΑΡΟΣ:** Είναι η δύναμη που δέχεται κάθε σώμα από το κέντρο της Γης και σχεδιάζεται κατακόρυφα με φορά προς τα κάτω, με μέτρο **w = mg** και σημείο εφαρμογής το κέντρο μάζας του σώματος.

2 **ΤΑΣΗ ΝΗΜΑΤΟΣ:** Είναι η δύναμη που ασκεί ένα τεντωμένο νήμα στο σώμα στο οποίο είναι δεμένο. Το μέτρο της **T** καθορίζεται από τις συνθήκες του προβλήματος ενώ σχεδιάζεται πάνω στο νήμα με φορά προς το εσωτερικό του.

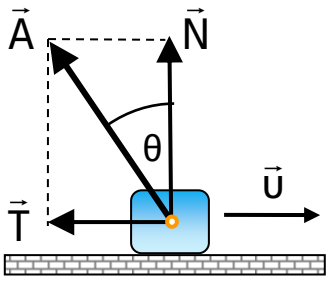
3 **ΚΑΘΕΤΗ ΔΥΝΑΜΗ ΑΝΤΙΔΡΑΣΗΣ:** Είναι η δύναμη στήριξης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα κατά την επαφή τους και το μέτρο της **N** καθορίζεται από τη συνθήκη $\Sigma F_y = 0$, που ισχύει όταν το στερεό δεν κινείται στον άξονα y, ενώ σχεδιάζεται κάθετα στην επιφάνεια επαφής προς το εξωτερικό της.

4 **ΤΡΙΒΗ:** Είναι η δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα όταν κινείται ή τείνει να κινηθεί πάνω σε κάποιο δάπεδο, ή ακόμα μεταξύ δύο σωμάτων κατά τη σχετική τους κίνηση, ενώ διακρίνεται στη **στατική τριβή** και την **τριβή ολίσθησης**.

- **Α. Στατική τριβή** είναι η τριβή που εμφανίζεται όταν το σώμα τείνει να κινηθεί εξαιτίας κάποιας δύναμης αλλά τελικά παραμένει ακίνητο. Το μέτρο της $T_{\sigma\tau}$ υπολογίζεται από τις συνθήκες ισορροπίας ενώ παίρνει τιμές $0 \le T_{\sigma\tau} \le T_{\sigma\tau(max)}$ όπου $T_{\sigma\tau(max)}$ είναι η **μέγιστη** τιμή της **στατικής τριβής** μέχρι την οποία υπάρχει ισορροπία. Η **μέγιστη στατική τριβή** ονομάζεται και **οριακή τριβή** ενώ το μέτρο της δίνεται από τη σχέση $T_{\sigma\tau(max)} = \mu_{\sigma\tau} \cdot N$ όπου $\mu_{\sigma\tau}$ είναι ο **συντελεστής στατικής τριβής** (αδιάστατο μέγεθος) που εξαρτάται από τη φύση των τριβόμενων επιφανειών. Η στατική τριβή σχεδιάζεται με φορά αντίθετη σε σχέση με αυτή που τείνει να ολισθήσει το σώμα, έτσι ώστε να αποφεύγεται η ολίσθηση (γλίστρημα) του σώματος και ισχύει η συνθήκη: $T_{\sigma\tau} \le T_{\sigma\tau(max)} = \mu_{\sigma\tau} \cdot N$.

- **Β. Τριβή ολίσθησης** είναι η τριβή που εμφανίζεται όταν το σώμα ολισθαίνει πάνω σε μη λείο δάπεδο και εμποδίζει την κίνησή του. Σχεδιάζεται αντίθετα στην ταχύτητα του σώματος και έχει μέτρο που δίνεται από τη σχέση $T = \mu \cdot N$ όπου **μ** είναι ο **συντελεστής τριβής ολίσθησης** (αδιάστατο μέγεθος) που εξαρτάται από τη φύση των τριβόμενων επιφανειών με τιμή **λίγο μικρότερη** από αυτή του **συντελεστή στατικής τριβής**, αν και στις περισσότερες περιπτώσεις θεωρούμε ότι είναι μεταξύ τους ίσοι. Επίσης είναι φανερό ότι η τριβή ολίσθησης είναι ανάλογη της κάθετης δύναμης N.

5 **ΔΥΝΑΜΗ ΑΝΤΙΔΡΑΣΗΣ:** Είναι η συνολική δύναμη **A** που δέχεται το σώμα από το δάπεδο και εκφράζει τη συνισταμένη της **κάθετης δύναμης αντίδρασης N** και της **τριβής T**. Το μέτρο της υπολογίζεται από τη σχέση: $A = \sqrt{N^2 + T^2}$ και $\varepsilon\varphi\theta = \frac{T}{N}$ όπου **θ** είναι η γωνία μεταξύ της **A** και της **N** και ονομάζεται **γωνία τριβής**. Προφανώς η κάθετη αντίδραση N και η τριβή T είναι οι συνιστώσες της συνολικής δύναμης αντίδρασης A που δέχεται το σώμα από το επίπεδο επαφής.



ΣΥΝΘΕΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ:

Αν σε κάποιο σώμα επενεργούν δύο ή περισσότερες δυνάμεις ταυτόχρονα στο ίδιο σημείο του, τότε υπάρχει μία δύναμη που μπορεί να αντικαταστήσει τις δυνάμεις αυτές και να επιφέρει το ίδιο αποτέλεσμα. Η δύναμη αυτή λέγεται **συνισταμένη**, συμβολίζεται με $\Sigma\vec{F}$ και οι δυνάμεις που αντικαθιστά λέγονται **συνιστώσες** της.
Η διαδικασία προσδιορισμού της συνισταμένης δύναμης ονομάζεται **σύνθεση**.

1η Περίπτωση: Οι δυνάμεις έχουν την **ίδια** κατεύθυνση, **ομόρροπες**.

$\varphi = 0^0$

$\Sigma F = F_1 + F_2$

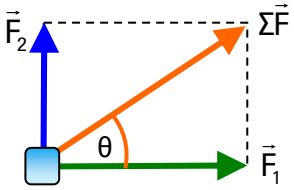
2η Περίπτωση: Οι δυνάμεις έχουν **αντίθετη** κατεύθυνση, **αντίρροπες**.

$\varphi = 180^0$

$\Sigma F = F_1 - F_2$

3η Περίπτωση: Οι δυνάμεις έχουν **κάθετες** διευθύνσεις

$\varphi = 90^0$

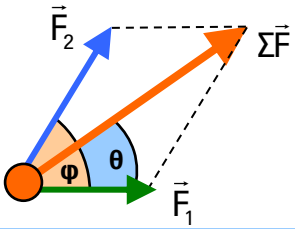


$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_2}{F_1}$

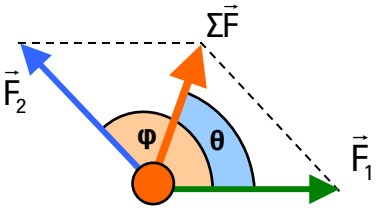
4η Περίπτωση: Οι δυνάμεις έχουν **τυχαίες** διευθύνσεις

$\varphi < 90^0$



$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}$ (μέτρο)

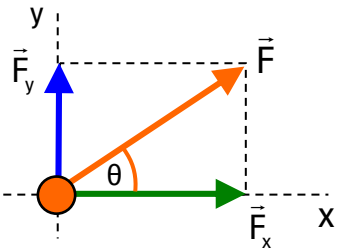
$\varphi > 90^0$



$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_2 \cdot \eta\mu\varphi}{F_1 + F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}$ (κατεύθυνση)

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΕ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ:

Η δύναμη ως διανυσματικό μέγεθος μπορεί να αναλυθεί σε συνιστώσες, οι οποίες έχουν αντίστοιχα σαν συνισταμένη τους , τη δύναμη. Συνήθως αναλύουμε μια δύναμη σε δύο κάθετες συνιστώσες που βρίσκονται αντίστοιχα στους άξονες x, y. Οι συνιστώσες υπολογίζονται τριγωνομετρικά, μέσω ημιτόνου, συνημιτόνου κάποιας γωνίας.



$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$

$F_y = F \cdot \eta\mu\theta$

$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_y}{F_x}$

ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ NEWTON

ΠΡΩΤΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ NEWTON – ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΩΜΑΤΟΣ:

Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις θα πρέπει να ισχύει η **συνθήκη**: Η **συνισταμένη** των **δυνάμεων** που ασκούνται στο σώμα να είναι **μηδέν**.

$\Sigma\vec{F}=0$ που αναλύεται στις σχέσεις $\Sigma\vec{F}_x=0$ και $\Sigma\vec{F}_y=0$

Η παραπάνω σχέση εκφράζει φυσικά τον **πρώτο νόμο** του **Newton**:

Αν $\Sigma\vec{F}=0$ τότε το σώμα είναι **ακίνητο** , ή κινείται με **σταθερή ταχύτητα**.

ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ NEWTON – ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ:

Η συνισταμένη των δυνάμεων $\Sigma\vec{F}$ που δρουν πάνω σε ένα σώμα ισούται με το γινόμενο της μάζας του σώματος επί την επιτάχυνσή του, $\Sigma\vec{F}=m\cdot\vec{a}$.

Η **επιτάχυνση** a (αποτέλεσμα) που αποκτά ένα σώμα είναι πάντα **ομόρροπη** (ίδια σε φορά) και **ανάλογη** σε μέτρο της **συνισταμένης δύναμης** $\Sigma\vec{F}$ (αιτία) που ασκείται και **αντιστρόφως ανάλογη** της μάζας m του σώματος. $\vec{a}=\dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}$ **<< ΟΙ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΠΡΟΚΑΛΟΥΝ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ >>**

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

1. Αν η **συνισταμένη** των **δυνάμεων** είναι **μηδέν**, προκύπτει ότι και η **επιτάχυνση** του σώματος θα είναι **μηδέν**, επομένως το σώμα διατηρεί την προηγούμενη κινητική του κατάσταση, δηλαδή αν το σώμα είναι αρχικά ακίνητο θα εξακολουθήσει να ηρεμεί, ενώ αν αρχικά κινείται θα συνεχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα, **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση**.

2. Αν η **συνισταμένη των δυνάμεων είναι σταθερή** τότε και η **επιτάχυνση** που αποκτά το σώμα θα είναι **σταθερή** οπότε αυτό εκτελεί **ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση** και ασφαλώς ισχύουν οι εξισώσεις που έχουμε περιγράψει.

α. ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ: $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{u}$, $\vec{a}=\text{σταθ.}$, $u=u_o+a\cdot t$, $\Delta x=u_o\cdot t+\frac{1}{2}a\cdot t^2$

β. ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ: $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{u}$, $\vec{a}=\text{σταθ.}$, $u=u_o-|a|\cdot t$, $\Delta x=u_o\cdot t-\frac{1}{2}|a|\cdot t^2$

3. Αν η **συνισταμένη των δυνάμεων δεν είναι σταθερή** τότε και η **επιτάχυνση** που αποκτά το σώμα **δεν είναι σταθερή** οπότε αυτό εκτελεί **μη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση** και ασφαλώς **δεν ισχύουν** οι εξισώσεις που έχουμε περιγράψει παραπάνω.

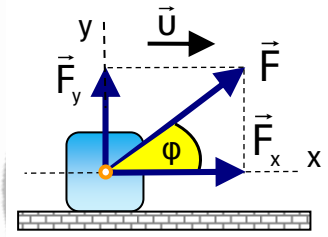
ΤΡΙΤΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ NEWTON – ΔΡΑΣΗ – ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ:

Όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν και το πρώτο ασκεί δύναμη $\vec{F}_1$ στο δεύτερο, τότε και το δεύτερο ασκεί αντίθετη δύναμη $\vec{F}_2$ στο πρώτο, έτσι ώστε $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$. Η διατύπωση αυτή αποτελεί το **νόμο Δράσης – Αντίδρασης**, έτσι ώστε να συμπεράνουμε ότι οι **δυνάμεις** στη φύση **εμφανίζονται κατά ζεύγη**, είτε πρόκειται για δυνάμεις επαφής είτε για δυνάμεις από απόσταση.

Οι δυνάμεις αυτές έχουν το **ίδιο μέτρο** , την **ίδια διεύθυνση** και **αντίθετη φορά** , ενώ **ασκούνται σε διαφορετικά σώματα**.

ΕΡΓΟ – ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Έργο σταθερής δύναμης λόγω μεταφορικής κίνησης:



Έστω ότι η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ ασκείται στο σώμα μάζας m με διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο επίπεδο. Κατά τη μετατόπιση Δx του δίσκου παράγεται έργο λόγω μεταφοράς σύμφωνα με τη σχέση $W_F = F \cdot \Delta x \cdot συνφ$.

Ισοδύναμα μπορούμε να αναλύσουμε τη δύναμη σε δύο συνιστώσες $\vec{F}_x$, $\vec{F}_y$ από τις οποίες η $\vec{F}_y$ δεν παράγει έργο αφού είναι κάθετη στη μετατόπιση ενώ η συνιστώσα $\vec{F}_x$ εκτελεί έργο $W_F = W_{F_x} = \pm F_x \cdot \Delta x$.

- Το **έργο** μιας δύναμης που προκαλεί μεταφορά ενός σώματος είναι **θετικό**, όταν η συνιστώσα της **δύναμης** $\vec{F}_x$ είναι **ομόρροπη** της **ταχύτητας** $\vec{υ}$, $\vec{F}_x \uparrow\uparrow \vec{υ}$ οπότε $W_F = F_x \cdot \Delta x$.
- Το **έργο** μιας δύναμης που προκαλεί μεταφορά ενός σώματος είναι **αρνητικό**, όταν η συνιστώσα της **δύναμης** $\vec{F}_x$ είναι **αντίρροπη** της **ταχύτητας** $\vec{υ}$, $\vec{F}_x \uparrow\downarrow \vec{υ}$ οπότε $W_F = -F_x \cdot \Delta x$.

Διατηρητικές (συντηρητικές) δυνάμεις:

Είναι οι δυνάμεις εκείνες που σε **κλειστή διαδρομή** εκτελούν **έργο μηδέν**, ενώ σε **ανοιχτή διαδρομή** το έργο τους **δεν εξαρτάται** από την ακολουθούμενη **διαδρομή** αλλά μόνο από την **αρχική** και την **τελική θέση**. Παραδείγματα διατηρητικών δυνάμεων στη μηχανική είναι το **βάρος** και η **δύναμη** που ασκεί ένα παραμορφωμένο **ελατήριο** , για τις οποίες ορίζονται οι αντίστοιχες **δυναμικές ενέργειες**, **βαρυτική** $U_{βαρ} = m \cdot g \cdot h$ όπου **h** είναι το **ύψος** του κέντρου μάζας του στερεού από ένα οριζόντιο επίπεδο αναφοράς στο οποίο λαμβάνουμε ότι $U_{βαρ} = 0$ και την **ελαστική** $U_{ελ} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta\ell^2$ όπου **Δℓ** είναι η **παραμόρφωση** του ελατηρίου όπως τη μετράμε από τη θέση του φυσικού μήκους.

- Το **έργο** μιας διατηρητικής δύναμης ισούται με την **αρνητική μεταβολή** της **δυναμικής** της **ενέργειας**: $W_w^{A\to B} = -\Delta U_{βαρ} = U_{βαρ}^A - U_{βαρ}^B$ και αντίστοιχα $W_{F_{ελ}}^{A\to B} = -\Delta U_{ελ} = U_{ελ}^A - U_{ελ}^B$.

ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΕΦΑΡΜΟΖΟΝΤΑΙ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ:

Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.):

- Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων όλων των ασκούμενων δυνάμεων: $\Delta K = \Sigma W$.
- Το θεώρημα αυτό μπορούμε να το εφαρμόσουμε σε κάθε περίπτωση που θέλουμε να συσχετίσουμε μεγέθη όπως η ταχύτητα, η δύναμη, η μετατόπιση, ή οτιδήποτε άλλο **εκτός** από το **χρόνο** κίνησης ή την **επιτάχυνση** του σώματος.

  Το θεώρημα **ισχύει** πάντοτε **άσχετα** από το άν οι ασκούμενες δυνάμεις είναι **διατηρητικές** ή **όχι**.
- Το θεώρημα μπορεί να εφαρμοστεί με τον ακόλουθο τρόπο:

  $\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W$ όπου: $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ^2$ και $W_F = W_{F_x} = \pm F_x \cdot \Delta x$ ενώ οι δυνάμεις του άξονα y που είναι κάθετος στη μετατόπιση έχουν μηδενικό έργο.

Η **μέθοδος** που ακολουθούμε για την εφαρμογή του **(Θ.Μ.Κ.Ε.)** έχει ως εξής:

1) Σχεδιάζουμε όλες τις ασκούμενες δυνάμεις στο σώμα και αναλύουμε όσες χρειάζεται σε ορθογώνιους άξονες x , y ώστε ο x να συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης και ο y να είναι κάθετος σε αυτή.

2) Βρίσκουμε τις αντίστοιχες συνιστώσες τριγωνομετρικά και θέτουμε $\Sigma F_y = 0$ εφόσον δεν έχουμε κίνηση στον άξονα y , υπολογίζοντας την κάθετη δύναμη N και εφόσον υπάρχει την τριβή ολίσθησης, $T = \mu \cdot N$ ή ακόμη $T_{\sigma\tau(max)} = \mu_{\sigma\tau} \cdot N$.

3) Εφαρμόζουμε το (Θ.Μ.Κ.Ε.) λαμβάνοντας υπόψη όσα περιγράψαμε για την περίπτωση του έργου μιας δύναμης και λύνουμε την εξίσωση που προκύπτει υπολογίζοντας το άγνωστο μέγεθος.

Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.):

Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ή ενός συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή εφόσον οι ασκούμενες **δυνάμεις** είναι **διατηρητικές** ή έχουν μηδενικό έργο. Κατά την εφαρμογή της **(Α.Δ.Μ.Ε.)** ενδιαφερόμαστε μόνο για την αρχική και την τελική θέση του σώματος και όχι για τη διαδρομή που ακολουθεί το σώμα, για να βρούμε μεγέθη όπως η ταχύτητα, η δύναμη, η μετατόπιση, ή οτιδήποτε άλλο **εκτός** από το **χρόνο** κίνησης ή την **επιτάχυνση**.

Η μηχανική ενέργεια εκφράζει το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας (βαρυτικής) αν δεν υπάρχει ελατήριο στο πρόβλημα , τις οποίες εξισώνουμε στην αρχική και την τελική θέση:
$E_{\mu\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi}^{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow K^{\alpha\rho\chi} + U_{\beta\alpha\rho}^{\alpha\rho\chi} = K^{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\beta\alpha\rho}^{\tau\varepsilon\lambda}$ όπου:

Α) $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$ εκφράζει την κινητική ενέργεια του σώματος,

Β) $U_{\beta\alpha\rho} = m \cdot g \cdot h$ εκφράζει τη **βαρυτική δυναμική ενέργεια** του σώματος

Εφόσον υπάρχει και ελατήριο στο πρόβλημα , τότε η μηχανική ενέργεια εκφράζει το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας (βαρυτικής και ελαστικής) τις οποίες εξισώνουμε στην αρχική και την τελική θέση: $E_{\mu\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi}^{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow K^{\alpha\rho\chi} + U_{\beta\alpha\rho}^{\alpha\rho\chi} + U_{\varepsilon\lambda}^{\alpha\rho\chi} = K^{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\beta\alpha\rho}^{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\varepsilon\lambda}^{\tau\varepsilon\lambda}$ όπου:

Γ) $U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta\ell^2$ εκφράζει την **ελαστική δυναμική ενέργεια** του ελατηρίου.

Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας (Α.Δ.Ε.):

Είναι η γενικότερη αρχή διατήρησης, η οποία εφαρμόζεται σε κάθε περίπτωση, αφού περιλαμβάνει πάσης φύσεως μετατροπές ενέργειας από μια μορφή σε μία άλλη άσχετα από το αν οι ασκούμενες **δυνάμεις** είναι **διατηρητικές ή όχι.**

Έτσι στην **αρχική μηχανική ενέργεια** του συστήματος **προσθέτουμε αλγεβρικά τα έργα** των δυνάμεων που βοηθούν την κίνηση **προσφέροντας ενέργεια** στο σύστημα, ή αντιστέκονται στην κίνηση όπως η τριβή ολίσθησης ή άλλης ανθιστάμενης δύναμης οι οποίες **αφαιρούν ενέργεια** από το σύστημα οπότε βρίσκουμε την **τελική μηχανική ενέργεια** του συστήματος.

$E_{\mu\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} + W_F + W_T = E_{\mu\eta\chi}^{\tau\varepsilon\lambda}$ όπου $W_T = -|W_T|$ και $W_F = W_{F_x} = \pm F_x \cdot \Delta x$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

μέτρον... άριστον ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Μ.Ε.

ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

Όταν ένα κινητό συμμετέχει ταυτόχρονα σε δύο ή περισσότερες κινήσεις, τότε η κάθε μία από αυτές εξελίσσεται ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες. Έτσι, η τελική θέση του κινητού θα είναι η ίδια , είτε το κινητό εκτελεί ταυτόχρονα τις κινήσεις , είτε τις πραγματοποιεί τη μία μετά την άλλη στον ίδιο χρόνο.

Η μετατόπιση $\Delta\vec{r}$ του κινητού είναι το διανυσματικό άθροισμα των επιμέρους μετατοπίσεών του, αν εκτελούσε την κάθε κίνηση ανεξάρτητα από τις άλλες. Δηλαδή ισχύει: $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 + \cdots$.

Το ίδιο ακριβώς ισχύει και με την ταχύτητα του κινητού. Η ταχύτητα του κινητού είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα των επί μέρους ταχυτήτων του κινητού. Δηλαδή, αν $\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_2$ κ.λ.π. είναι οι ταχύτητες της κάθε ανεξάρτητης κίνησης , τότε: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2 + \cdots$.

Παρόμοια λογική διέπει και την επιτάχυνση του κινητού σε σχέση με τις επιταχύνσεις των επιμέρους ανεξαρτήτων κινήσεων, αν αυτές είναι επιταχυνόμενες , οπότε: $\vec{\alpha} = \vec{\alpha}_1 + \vec{\alpha}_2 + \cdots$.

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

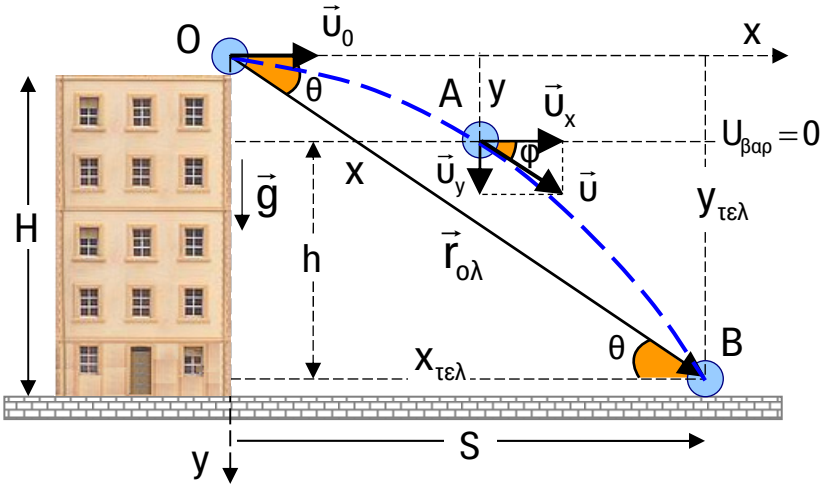
Οριζόντια βολή ονομάζουμε τη **σύνθετη κίνηση** που εκτελεί ένα σώμα εντός ομογενούς βαρυτικού πεδίου, όταν εκτοξευτεί με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ από κάποιο ύψος Η στο κενό, οπότε η μοναδική ασκούμενη δύναμη είναι το βάρος.

Η μελέτη της κίνησης γίνεται με εφαρμογή της **αρχής ανεξαρτησίας των κινήσεων** (αρχή της επαλληλίας), σύμφωνα με την οποία το κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις εντελώς ανεξάρτητα, έτσι ώστε η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t, να είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα είτε οι κινήσεις εκτελούνται διαδοχικά σε χρόνο t η καθεμιά.

Η οριζόντια βολή συνίσταται από δύο κινήσεις από τις οποίες η μία εκτελείται **οριζόντια** χωρίς τη δράση κάποιας δύναμης , οπότε είναι ευθύγραμμη ομαλή κίνηση **Ε.Ο.Κ.** ενώ η άλλη εκτελείται **κατακόρυφα** με τη δράση του βάρους $\vec{w} = m \cdot \vec{g}$ οπότε είναι **ελεύθερη πτώση**.

Άξονας x: $\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow \alpha_x = 0$, $\upsilon_x = \upsilon_0$ και $x = \upsilon_0 \cdot t$

Άξονας y: $\Sigma F_y = m \cdot g \Leftrightarrow \alpha_y = g$, $\upsilon_y = g \cdot t$ και $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$



Ο καθορισμός των στοιχείων της οριζόντιας βολής επιτυγχάνεται με τη χρήση των παραπάνω εξισώσεων, δηλαδή **κινηματικά** και φυσικά θα πρέπει να γίνει η επισήμανση ότι η μάζα του σώματος δεν επιρρεάζει την κίνησή του.

1 Καθορισμός της θέσης του σώματος κάποια χρονική στιγμή:

Χρησιμοποιούμε τις συντεταγμένες x , y :

οριζόντια μετατόπιση $x = \upsilon_0 \cdot t$ και **κατακόρυφη μετατόπιση** $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$.

Θα μπορούσαμε επίσης να καθορίσουμε το ύψος **h** που βρίσκεται το σώμα πάνω από το έδαφος κάποια χρονική στιγμή με βάση τη σχέση: $h = H - y$ ή $h = H - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$.

2 Εξίσωση της τροχιάς που ακολουθεί το σώμα, y=f(x):

Κάνουμε απαλοιφή του χρόνου στις παραπάνω σχέσεις: $x = \upsilon_0 \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{x}{\upsilon_0}$

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{\upsilon_0}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{\upsilon_0^2} \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{\upsilon_0^2} \cdot x^2.$$

Η παραπάνω σχέση εκφράζει **εξίσωση παραβολής**, που περιγράφει και το είδος της τροχιάς του σώματος.

3 Συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος:

Η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος στο έδαφος είναι $y_{\tau\varepsilon\lambda} = H \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2 = H \Leftrightarrow$ $t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$ δηλαδή εξαρτάται από το αρχικό ύψος εκτόξευσης και από την επιτάχυνση της βαρύτητας στον τόπο της κίνησης , ενώ δεν επιρρεάζεται από την αρχική ταχύτητα εκτόξευσης υ_0.

4 Βεληνεκές της βολής, δηλαδή η **μέγιστη οριζόντια μετατόπιση** $x_{\tau\varepsilon\lambda} = S$ είναι: $S = \upsilon_0 \cdot t_{o\lambda} \Leftrightarrow$ $S = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$, δηλαδή βλέπουμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η αρχική ταχύτητα εκτόξευσης και το ύψος, τόσο μεγαλύτερο το βεληνεκές.
Αυτή η παρατήρηση μας δείχνει ότι είναι δυνατόν δύο σώματα να εκτοξευθούν από την ίδια κατακόρυφο με διαφορετικές ταχύτητες και από διαφορετικά ύψη , να έχουν το ίδιο βεληνεκές.

5 Συνολική μετατόπιση του σώματος μεταξύ σημείου βολής και πρόσκρουσης:
Είναι το **διάνυσμα** που έχει σαν αρχή του το σημείο βολής και τέλος το σημείο πρόσκρουσης.
Το μέτρο του υπολογίζεται από το πυθαγόρειο θεώρημα ενώ η κατεύθυνσή του τριγωνομετρικά.

Μέτρο: $r_{o\lambda} = \sqrt{x_{\tau\varepsilon\lambda}^2 + y_{\tau\varepsilon\lambda}^2} \Leftrightarrow r_{o\lambda} = \sqrt{S^2 + H^2}$ και κατεύθυνση: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{H}{S}$

Ο φορέας του διανύσματος (ευθεία ΟΒ) εκφράζει τη λεγόμενη γραμμή οράσεως μεταξύ του σημείου βολής και πρόσκρουσης.

6 **Ταχύτητα** του σώματος κάποια χρονική στιγμή t : Υπολογίζεται από το διανυσματικό άθροισμα των συνιστωσών ταχυτήτων $\vec{\upsilon}_x$, $\vec{\upsilon}_y$:

Μέτρο: $\upsilon=\sqrt{\upsilon_x^2+\upsilon_y^2} \Leftrightarrow \upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+(g\cdot t)^2} \Leftrightarrow \upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+g^2\cdot t^2}$

Κατεύθυνση: $\varepsilon\varphi\varphi=\dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\varphi=\dfrac{g\cdot t}{\upsilon_0}$

Παρατήρηση:

Το **μέτρο** της **ταχύτητας** που αποκτά το σώμα στην τυχαία θέση (Α) μπορεί να υπολογιστεί εφαρμόζοντας την **Α**ρχή **Δ**ιατήρησης της **Μ**ηχανικής **Ε**νέργειας **Α.Δ.Μ.Ε.** μεταξύ των θέσεων (Ο) , (Α) με επίπεδο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας την κατώτερη θέση (Α), αφού η μοναδική ασκούμενη δύναμη είναι η συντηρητική δύναμη του βάρους:

$$E_{\mu\eta\chi}^{(O)}=E_{\mu\eta\chi}^{(A)} \Leftrightarrow K_{(O)}+U_{\beta\alpha\rho}^{(O)}=K_{(A)}+U_{\beta\alpha\rho}^{(A)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_0^2+m\cdot g\cdot y=\frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon^2$$

Οπότε: $\upsilon^2=\upsilon_0^2+2\cdot g\cdot y \Leftrightarrow \upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+2\cdot g\cdot y} \Leftrightarrow \upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+2\cdot g\cdot(H-h)}$.

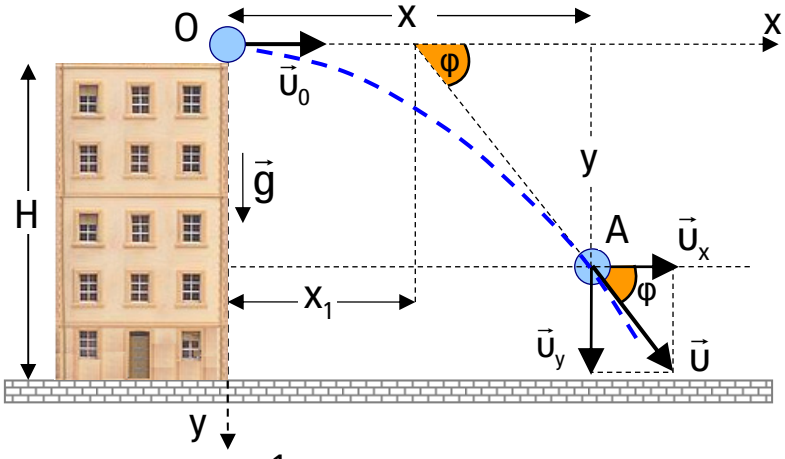
7 **Έργο βάρους** από το σημείο βολής μέχρι κάποια τυχαία θέση:

Το βάρος είναι συντηρητική ή διατηρητική δύναμη, δηλαδή σε κλειστή διαδρομή έχει έργο ίσο με μηδέν, ενώ σε ανοιχτή διαδρομή το έργο του δεν εξαρτάται από την πραγματική διαδρομή (τροχιά) που ακολουθεί το σώμα, αλλά μόνο από την υψομετρική διαφορά μεταξύ της αρχικής και τελικής θέσης.

Οπότε: $W_w^{(O\to A)}=-\Delta U_{\beta\alpha\rho}=U_{\beta\alpha\rho}^{(O)}-U_{\beta\alpha\rho}^{(A)} \Leftrightarrow W_w^{(O\to A)}=m\cdot g\cdot y$.

Φυσικά το **πρόσημο** του έργου είναι **θετικό** όταν το σώμα κινείται προς τα **κάτω** και **αρνητικό** όταν το σώμα κινείται προς τα **πάνω**.

8 Σε ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του, ο **φορέας** του **διανύσματος** της **ταχύτητας τέμνει** την **οριζόντια μετατόπισή** του στο **μέσο** της.



$$\varepsilon\varphi\varphi=\frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \Leftrightarrow \frac{y}{x-x_1}=\frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2}{x-x_1}=\frac{g\cdot t}{\upsilon_0} \Leftrightarrow \upsilon_0\cdot\frac{1}{2}\cdot t=x-x_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot x=x-x_1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot x=x-x_1 \Leftrightarrow x_1=x-\frac{1}{2}\cdot x \Leftrightarrow x_1=\frac{1}{2}\cdot x.$$

9 **Ρυθμός μεταβολής** της **ορμής** του σώματος:

Αν εφαρμόσουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στη γενικευμένη μορφή του έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Leftrightarrow \frac{dp}{dt} = w = m\cdot g.$$

Αντίστοιχα η μεταβολή της ορμής του σώματος μεταξύ δύο σημείων της τροχιάς του είναι

$$\Delta p = \Sigma F\cdot\Delta t \Leftrightarrow \Delta p = m\cdot g\cdot(t_2 - t_1).$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα υ_0 από ορισμένο ύψος Η και μετά από χρόνο $t = t_1$ βρίσκεται στο σημείο Α έχοντας μετατοπιστεί οριζόντια κατά 60 m και κατακόρυφα 20 m. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

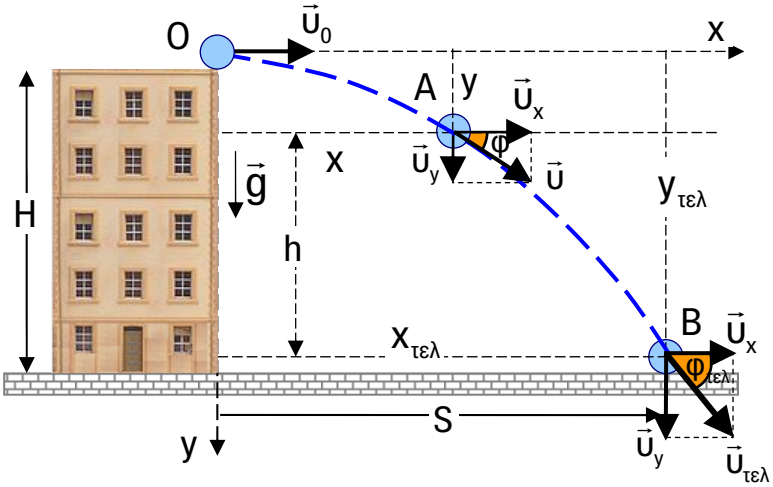
1. **την αρχική ταχύτητα υ_0.**
2. **την ταχύτητα του σώματος στο σημείο Α και τη γωνία που σχηματίζει με την επιτάχυνση.**
3. **το αρχικό ύψος Η αν το διάνυσμα της ταχύτητας πρόσκρουσης στο έδαφος σχηματίζει γωνία 45^0 με το οριζόντιο επίπεδο.**
4. **το οριζόντιο και το κατακόρυφο διάστημα στη διάρκεια του $2^{ου}$ δευτερολέπτου της κίνησης του σώματος.**
5. **το ύψος h στο οποίο βρίσκεται το σώμα από το έδαφος τη στιγμή που η οριζόντια μετατόπισή του είναι διπλάσια από την κατακόρυφη.**
6. **είναι δυνατό η οριζόντια μετατόπιση να είναι ίση με την κατακόρυφη;**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,m/s^2$.

Επίλυση:

1. **Κατακόρυφη μετατόπιση**: $y_1 = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_1^2 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot y_1}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 20}{10}} \Leftrightarrow t_1 = 2\ s$

   οπότε για την **οριζόντια μετατόπιση**: $x_1 = \upsilon_0\cdot t_1 \Leftrightarrow 60 = \upsilon_0\cdot 2 \Leftrightarrow \upsilon_0 = 30\ m/s$



2. **Ταχύτητα** του σώματος κάποια χρονική στιγμή $t_1 = 1\ s$:

   Μέτρο: $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + (g\cdot t)^2} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{30^2 + (10\cdot 2)^2} = \sqrt{1300} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{13\cdot 100} \Leftrightarrow$

   $\upsilon = 10\sqrt{13}\ m/s$ και **κατεύθυνση**: $εφφ = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \Leftrightarrow εφφ = \frac{g\cdot t_1}{\upsilon_0} \Leftrightarrow εφφ = \frac{10\cdot 2}{30} \Leftrightarrow εφφ = \frac{2}{3}$.

3. $\varepsilon\varphi\varphi_{\tau\varepsilon\lambda}=\frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi 45=\frac{g\cdot t_{o\lambda}}{\upsilon_0} \Leftrightarrow 1=\frac{10\cdot t_{o\lambda}}{30} \Leftrightarrow t_{o\lambda}=3\ s$.

Ισχύει ότι: $y_{\tau\varepsilon\lambda}=H \Leftrightarrow H=\frac{1}{2}\cdot g\cdot t_{o\lambda}^2=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 3^2 \Leftrightarrow H=45\ m$.

4. Το **δεύτερο sec** εκφράζει τη χρονική διάρκεια από τη χρονική στιγμή $t=1s$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t=2s$. Θα βρούμε τις συντεταγμένες x, y τις παραπάνω στιγμές και αφαιρώντας θα προκύψουν τα αντίστοιχα διαστήματα.

Για $t=1s$: $x=\upsilon_0\cdot t=30\cdot 1 \Leftrightarrow x=30m$ και $y=\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 1^2 \Leftrightarrow y=5m$

Για $t=2s$: $x'=\upsilon_0\cdot t=30\cdot 2 \Leftrightarrow x'=60m$ και $y'=\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 2^2 \Leftrightarrow y'=20m$

$\Delta x=x'-x=60-30 \Leftrightarrow \Delta x=30m$ και $\Delta y=y'-y=20-5 \Leftrightarrow \Delta y=15m$.

5. Όταν η οριζόντια μετατόπιση του σώματος είναι 2πλάσια της κατακόρυφης:

$x=2\cdot y \Leftrightarrow \upsilon_0\cdot t=2\cdot\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \Leftrightarrow \upsilon_0=g\cdot t \Leftrightarrow t=\frac{\upsilon_0}{g} \Leftrightarrow t=\frac{30}{10} \Leftrightarrow t=3\ s$.

Την παραπάνω χρονική στιγμή προκύπτει ότι $y=45m$ οπότε το ύψος από το έδαφος είναι $h=H-y \Leftrightarrow h=45-45 \Leftrightarrow h=0$ δηλαδή είναι στο έδαφος.

6. Όταν η οριζόντια μετατόπιση του σώματος είναι ίση με την κατακόρυφη ισχύει:

$x=y \Leftrightarrow \upsilon_0\cdot t=\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \Leftrightarrow \upsilon_0=\frac{1}{2}\cdot g\cdot t \Leftrightarrow t=\frac{2\cdot\upsilon_0}{g} \Leftrightarrow t=\frac{2\cdot 30}{10} \Leftrightarrow t=6\ s$.

Βρήκαμε ότι $t>t_{o\lambda}=3s$ που σημαίνει ότι στην συγκεκριμένη περίπτωση δεν συμβαίνει $x=y$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2:

Μαχητικό αεροπλάνο πετά οριζόντια σε ύψος H = 125 m με ταχύτητα υ_0 στοχεύοντας ένα τάνκ στο έδαφος που κινείται με σταθερή ταχύτητα υ_1 = 10 m/s. Αν η κίνησή τους γίνεται έτσι ώστε τα διανύσματα των ταχυτήτων να ορίζουν κατακόρυφο επίπεδο και το αεροπλάνο απελευθερώνει μια βόμβα η οποία πετυχαίνει το τάνκ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon=50\sqrt{5}\ m/s$ να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

1. **την τιμή της ταχύτητας υ_0.**
2. **την αρχική οριζόντια απόσταση αεροπλάνου – τανκ τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα αν κινούνται με την *ίδια φορά*.**
3. **τη γωνία θ ως προς τον ορίζοντα με την οποία πρέπει να φαίνεται ο στόχος τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα αν κινούνται με την *ίδια φορά*.**
4. **την αρχική οριζόντια απόσταση αεροπλάνου – τανκ τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα αν κινούνται με *αντίθετη φορά*.**
5. **τη γωνία θ ως προς τον ορίζοντα με την οποία πρέπει να φαίνεται ο στόχος τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα αν κινούνται με *αντίθετη φορά*.**
6. **την αρχική οριζόντια απόσταση αεροπλάνου – τανκ τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα αν κινούνται με *αντίθετη φορά* και τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα το τανκ επιταχύνει με σταθερή επιτάχυνση α = 2 m/s².**

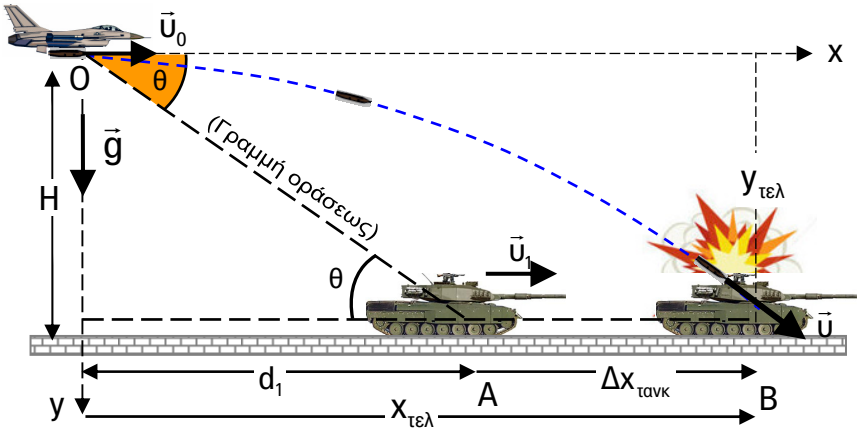
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Επίλυση:

1. Εφαρμόζουμε την **Α.Δ.Μ.Ε.** μεταξύ των θέσεων (Ο) , (Β):

$$E_{\mu\eta\chi}^{(O)} = E_{\mu\eta\chi}^{(B)} \Leftrightarrow K_{(O)} + U_{\beta\alpha\rho}^{(O)} = K_{(B)} + U_{\beta\alpha\rho}^{(B)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_0^2 + m\cdot g\cdot H = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2 \Leftrightarrow \upsilon_0^2 = \upsilon^2 - 2\cdot g\cdot H$$

$$\Leftrightarrow \upsilon_0 = \sqrt{\upsilon^2 - 2\cdot g\cdot H} = \sqrt{50^2\cdot 5 - 2\cdot 10\cdot 125} \Leftrightarrow \upsilon_0 = 100\ m/s.$$



2. Συνολικός χρόνος κίνησης της βόμβας μέχρι να πετύχει το τάνκ:

$$y_{\tau\epsilon\lambda} = H \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_{o\lambda}^2 = H \Leftrightarrow t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2\cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 125}{10}} \Leftrightarrow t_{o\lambda} = 5\,s$$

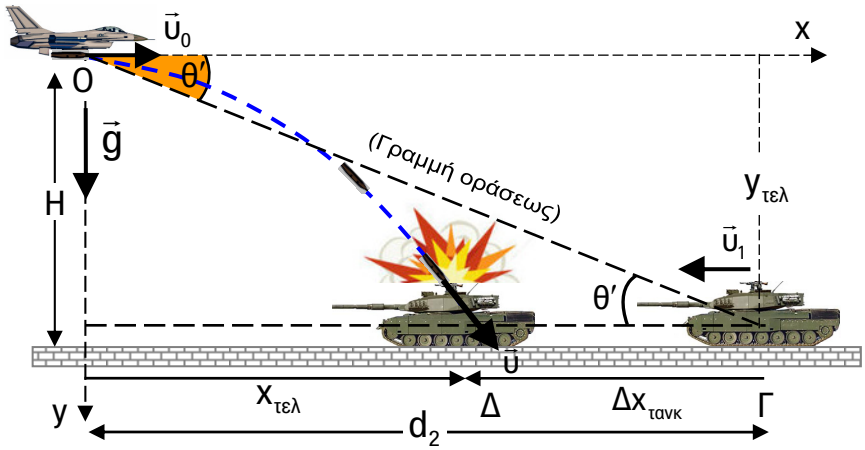
Το **βεληνεκές** της βολής είναι, $x_{\tau\epsilon\lambda} = S \Leftrightarrow S = \upsilon_0\cdot t_{o\lambda} = 100\cdot 5 \Leftrightarrow S = 500\ m$

Η μετατόπιση του τάνκ είναι, $\Delta x_{\tau\alpha\nu\kappa} = \upsilon_1\cdot t = 10\cdot 5 \Leftrightarrow \Delta x_{\tau\alpha\nu\kappa} = 50\ m$

Οπότε η αρχική οριζόντια απόσταση αεροπλάνου – τανκ τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα είναι,

$$d_1 = S - \Delta x_{\tau\alpha\nu\kappa} \Leftrightarrow d_1 = 500 - 50 \Leftrightarrow d_1 = 450\ m.$$

3. $$\epsilon\varphi\theta = \frac{H}{d_1} \Leftrightarrow \epsilon\varphi\theta = \frac{125}{450} \Leftrightarrow \epsilon\varphi\theta = \frac{5}{18}.$$



4. Ο **συνολικός χρόνος** κίνησης της βόμβας, το **βεληνεκές** της βολής και η μετατόπιση του τάνκ είναι ίδια με την προηγούμενη περίπτωση, δηλαδή: $t_{o\lambda} = 5\,s$, $S = 500\ m$, $\Delta x_{\tau\alpha\nu\kappa} = 50\ m$

Οπότε η αρχική οριζόντια απόσταση αεροπλάνου – τανκ τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα είναι,

$$d_2 = S + \Delta x_{\tau\alpha\nu\kappa} \Leftrightarrow d_1 = 500 + 50 \Leftrightarrow d_1 = 550\ m.$$

5. $\varepsilon\varphi\theta' = \dfrac{H}{d_2} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\theta' = \dfrac{125}{550} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\theta' = \dfrac{5}{22}$

6. Ο **συνολικός χρόνος** κίνησης της βόμβας και το **βεληνεκές** της βολής είναι ίδια με την προηγούμενη περίπτωση, $t_{ολ} = 5\,s$, $S = 500\ m$, αλλά η μετατόπιση του τάνκ διαφέρει γιατί η κίνησή του είναι ομαλά επιταχυνόμενη:

$$\Delta x_{τανκ} = \upsilon_1 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 \Leftrightarrow \Delta x_{τανκ} = 10 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 \Leftrightarrow \Delta x_{τανκ} = 75\ m$$

Οπότε η αρχική οριζόντια απόσταση αεροπλάνου – τανκ τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα είναι, $d_2 = S + \Delta x_{τανκ} \Leftrightarrow d_1 = 500 + 75 \Leftrightarrow d_1 = 575\ m$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3:

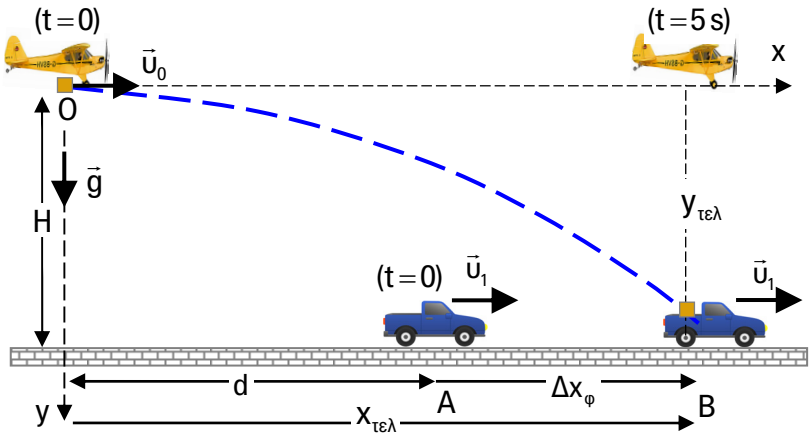
Ένα μικρό αεροπλάνο πετά σε σταθερό ύψος H=125 m με σταθερή οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0 =180 km/h πάνω από οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, στον οποίο κινείται ένα φορτηγάκι με ταχύτητα μέτρου υ_1 =72 km/h και μάλιστα στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με την ίδια φορά με το αεροπλάνο. Τη χρονική στιγμή t=0 το αεροπλάνο βρίσκεται σε κατάλληλη οριζόντια απόσταση d από το φορτηγάκι ώστε αφήνοντας ένα δέμα αυτό να πέσει σε αυτό.
1. Να υπολογίσετε την οριζόντια απόσταση d.
Αν υποθέσουμε ότι ο οδηγός του οχήματος ένα δευτερόλεπτο μετά τη χρονική στιγμή που αφέθηκε το δέμα, αρχίζει να επιβραδύνει ομαλά το φορτηγάκι, ώστε αυτό να απέχει απόσταση ℓ=16 m πρίν από το σημείο πτώσης του δέματος στο έδαφος.
2. Να υπολογίσετε το μέτρο της σταθερής επιβράδυνσης του οχήματος.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,m/s^2$, ενώ οι αντιστάσεις του αέρα είναι αμελητέες.

Επίλυση:

1. Συνολικός χρόνος κίνησης του δέματος μέχρι να πετύχει το φορτηγό είναι:

$$y_{τελ} = H \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{ολ}^2 = H \Leftrightarrow t_{ολ} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 125}{10}} \Leftrightarrow t_{ολ} = 5\,s$$

$$\upsilon_0 = 180\,km/h = 180 \cdot \frac{1000}{3600}\,m/s \Leftrightarrow \upsilon_0 = 50\,m/s.$$



Το **βεληνεκές** της βολής είναι, $x_{τελ} = S \Leftrightarrow S = \upsilon_0 \cdot t_{ολ} = 50 \cdot 5 \Leftrightarrow S = 250\ m$.

$\upsilon_1 = 72\,km/h = 72\cdot\frac{1000}{3600}\,m/s \Leftrightarrow \upsilon_1 = 20\,m/s$.

Η μετατόπιση του φορτηγού είναι, $\Delta x_\varphi = \upsilon_1\cdot t = 20\cdot 5 \Leftrightarrow \Delta x_\varphi = 100\ m$

Οπότε η αρχική οριζόντια απόσταση αεροπλάνου – φορτηγού τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα είναι, $d = S - \Delta x_\varphi \Leftrightarrow d = 250 - 100 \Leftrightarrow d = 150\ m$.

2. Για $\Delta t_1 = 1$ s το φορτηγάκι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1 = 20\,m/s$ οπότε διανύει διάστημα $\Delta x_1 = \upsilon_1\cdot\Delta t_1 = 20\cdot 1 \Leftrightarrow \Delta x_1 = 20\ m$.
Κατόπιν επιβραδύνεται ομαλά για χρονική διάρκεια Δt_2 μέχρι να σταματήσει.

Οι εξισώσεις κίνησης είναι: $\upsilon = \upsilon_1 - |\alpha|\cdot\Delta t$, $\Delta x = \upsilon_1\cdot\Delta t - \frac{1}{2}|\alpha|\cdot\Delta t^2$ οπότε μέχρι να σταματήσει:

$\upsilon = 0 \Leftrightarrow \upsilon_1 - |\alpha|\cdot\Delta t_2 = 0 \Leftrightarrow \upsilon_1 = |\alpha|\cdot\Delta t_2$ άρα: $\Delta t_2 = \frac{\upsilon_1}{|\alpha|}$

Τότε το ολικό διάστημα ακινητοποίησης είναι: $\Delta x_2 = \upsilon_1\cdot\Delta t_2 - \frac{1}{2}|\alpha|\cdot\Delta t_2^2 = \Delta t_2(\upsilon_1 - \frac{1}{2}|\alpha|\cdot\Delta t_2)$

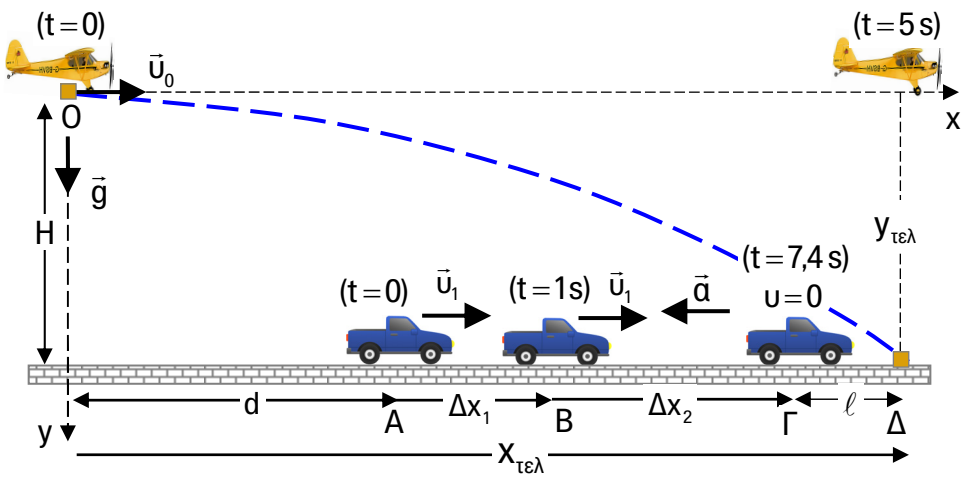
$$\Delta x_2 = \frac{\upsilon_1}{|\alpha|}\left(\upsilon_1 - \frac{1}{2}|\alpha|\cdot\frac{\upsilon_1}{|\alpha|}\right) \Leftrightarrow \Delta x_2 = \frac{\upsilon_1}{|\alpha|}\cdot(\upsilon_1 - \frac{\upsilon_1}{2}) = \frac{\upsilon_1}{|\alpha|}\cdot\frac{\upsilon_1}{2} \Leftrightarrow \Delta x_2 = \frac{\upsilon_1^2}{2|\alpha|}.$$

Το **βελνεκές** της βολής είναι προφανώς το ίδιο, $x_{\tau\varepsilon\lambda} = 250\ m$ και ισχύει:

$$x_{\tau\varepsilon\lambda} = d + \Delta x_1 + \Delta x_2 + \ell \Leftrightarrow 250 = 150 + 20 + \Delta x_2 + 16 \Leftrightarrow \Delta x_2 = 64\,m$$

$$\Delta x_2 = \frac{\upsilon_1^2}{2|\alpha|} \Leftrightarrow 64 = \frac{20^2}{2|\alpha|} \Leftrightarrow |\alpha| = \frac{20^2}{2\cdot 64} \Leftrightarrow |\alpha| = \frac{25}{8}\,m/s^2 \text{ ή } |\alpha| = 3{,}125\,m/s^2.$$

Προκύπτει αντίστοιχα: $\Delta t_2 = \frac{\upsilon_1}{|\alpha|} = \frac{20}{3{,}125} \Leftrightarrow \Delta t_2 = 6{,}4\ s$, οπότε όταν σταματά το φορτηγάκι $t = 1 + 6{,}4\ s \Leftrightarrow t = 7{,}4\ s$.



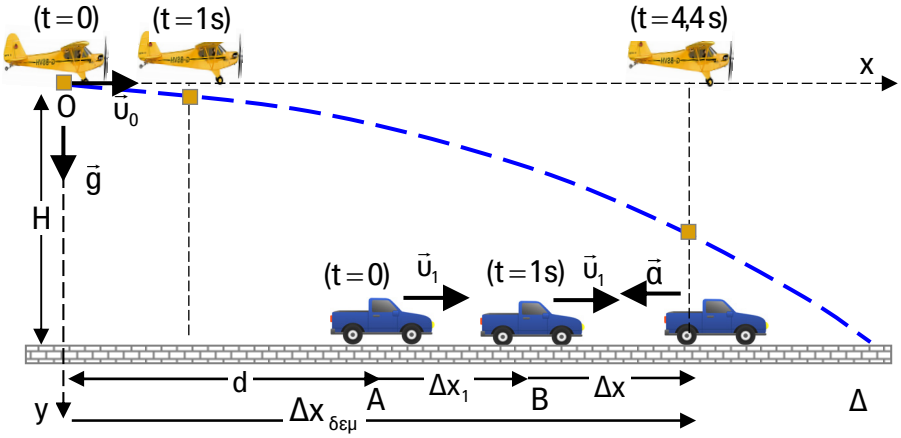
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Στην περίπτωση αυτή έχει ενδιαφέρον να αναζητήσουμε τη χρονική στιγμή που τα τρία σώματα αεροπλάνο-φορτηγάκι-δέμα βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο.
Κάθε χρονική στιγμή το αεροπλάνο και το δέμα βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο γιατί έχουν την ίδια οριζόντια ταχύτητα. Για να είναι και το φορτηγάκι στην ίδια κατακόρυφο θα πρέπει $1\,s < t < 5\,s$ γιατί τη στιγμή $t = 1\,s$: $\Delta x_{\delta\varepsilon\mu} = \upsilon_0 \cdot t = 50 \cdot 1 = 50\,m < d = 150\,m$, ενώ για $t = 5\,s$ το δέμα φτάνει στο έδαφος. Στην ζητούμενη χρονική στιγμή t ισχύει, $\Delta x_{\delta\varepsilon\mu} = d + \Delta x_1 + \Delta x$

$$\Leftrightarrow \quad \upsilon_0 \cdot (1+\Delta t) = d + \Delta x_1 + \upsilon_1 \cdot \Delta t - \frac{1}{2}|\alpha| \cdot \Delta t^2 \quad \Leftrightarrow \quad 50 + 50 \cdot \Delta t = 150 + 20 + 20 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{8} \cdot \Delta t^2$$

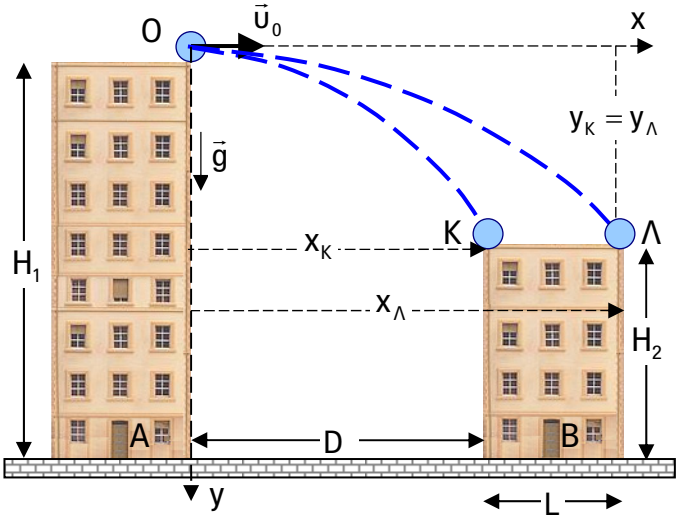
$$\frac{25}{16} \cdot \Delta t^2 + 30 \cdot \Delta t - 120 = 0 \quad , \quad \Delta = 30^2 - 4 \cdot \frac{25}{16} \cdot (-120) = 1650 \quad , \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{1650} = 40{,}62$$

$$\Delta t = \frac{-30 + 40{,}62}{2 \cdot 25/16} = \frac{8 \cdot 10{,}62}{25} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta t = 3{,}4\,s \quad \text{οπότε} \quad t = 1 + 3{,}4\,s \quad \Leftrightarrow \quad t = 4{,}4\,s.$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4:

Δύο κτήρια Α, Β με ύψη $\mathbf{H_1 = 60\ m}$ και $\mathbf{H_2 = 40\ m}$ αντίστοιχα, απέχουν μεταξύ τους $\mathbf{D = 30\ m}$ ενώ από την ταράτσα του ψηλότερου κτηρίου Α εκτοξεύεται ένα σώμα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\mathbf{\upsilon_0}$ προς το χαμηλότερο κτήριο Β που έχει πλάτος $\mathbf{L = 10\ m}$. Να υπολογίσετε τις τιμές της ταχύτητας $\mathbf{\upsilon_0}$ για τις οποίες το σώμα πέφτει στην ταράτσα του Β. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,m/s^2$.



Επίλυση:

Για να πέφτει στην ταράτσα του Β το σώμα θα πρέπει να φτάνει στα άκρα Κ ή Λ στα οποία αντιστοιχούν οι συντεταγμένες:
$x_K = D$ & $y_K = H_1 - H_2$ και
$x_\Lambda = D + L$ & $y_\Lambda = H_1 - H_2$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = H_1 - H_2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t_1^2 = 20 \quad \Leftrightarrow$$

$$t_1^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad t_1 = 2\,s.$$

$$x_K = D \quad \Leftrightarrow \quad \upsilon_0 \cdot t_1 = D \quad \Leftrightarrow \quad \upsilon_0 \cdot 2 = 30 \quad \Leftrightarrow \quad \upsilon_0 = 15\,m/s$$

$$x_\Lambda = D + L \quad \Leftrightarrow \upsilon_0 \cdot t_1 = D + L \quad \Leftrightarrow \quad \upsilon_0 \cdot 2 = 40 \quad \Leftrightarrow \quad \upsilon_0 = 20\,m/s \text{ , επομένως : } 15\,m/s \le \upsilon_0 \le 20\,m/s.$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5:

Δύο κτήρια του ίδιου ύψους **Η** απέχουν μεταξύ τους **D = 30 m** ενώ από την ταράτσα καθενός εκτοξεύονται ταυτόχρονα δύο σώματα με οριζόντιες ταχύτητες μέτρων $\mathbf{u_1 = 5\ m/s}$ και $\mathbf{u_2 = 10\ m/s}$.
Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:
1. το ελάχιστο ύψος των κτηρίων ώστε τα σώματα να συναντηθούν.
2. μετά από πόσο χρόνο τα σώματα θα συναντηθούν.
3. σε πόση απόσταση από κάθε πολυκατοικία τα σώματα θα συναντηθούν.

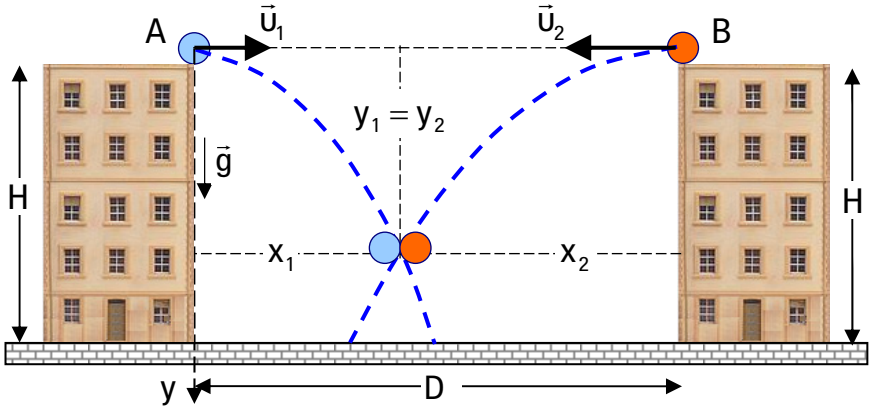
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,m/s^2$.

Επίλυση:

1. Για να συναντηθούν τα σώματα πρέπει την ίδια χρονική στιγμή t, να βρίσκονται στην ίδια θέση:

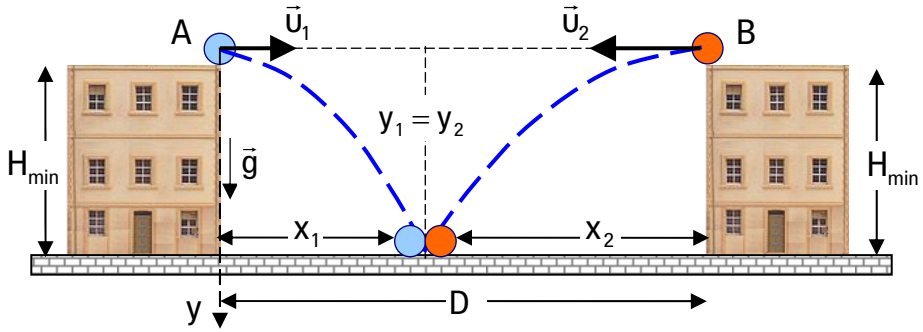
$$y_1 = y_2 \text{ και } x_1 + x_2 = D \Leftrightarrow u_1 \cdot t + u_2 \cdot t = D \Leftrightarrow (u_1 + u_2)\cdot t = D \Leftrightarrow t = \frac{D}{u_1 + u_2} = \frac{30}{5+10} \Leftrightarrow t = 2\,s.$$

τότε $y_1 = y_2 = \frac{1}{2}\cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2}\cdot 10 \cdot 2^2 \Leftrightarrow y_1 = y_2 = 20\,m$.

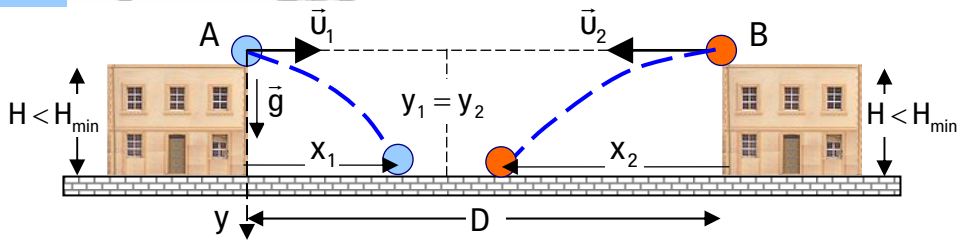


➡ Διαπιστώνουμε ότι στην περίπτωση που $H > H_{min}$ τα δύο σώματα συναντώνται στον αέρα και μάλιστα σε ύψος $h = H - y_1$ ή $h = H - 20\ (m)$.
Για να συμβαίνει η συνάντηση των σωμάτων θα πρέπει να ισχύει: $h \geq 0 \Leftrightarrow H - 20 \geq 0 \Leftrightarrow H \geq 20\ m$.

➡ Αυτό σημαίνει ότι το ελάχιστο ύψος της βολής πρέπει να είναι $H_{min} = 20\,m$.



➡ Αν $H < 20\,m$ τότε δεν αρκεί ο χρόνος πτώσης για να συναντηθούν.



2. Τα σώματα βρήκαμε ότι θα συναντηθούν μετά από χρόνο $t = 2\ s$.

3. Το πρώτο σώμα απέχει από το κτήριο απόσταση $x_1 = \upsilon_1 \cdot t \Leftrightarrow x_1 = \upsilon_1 \cdot t = 5 \cdot 2 \Leftrightarrow x_1 = 10\ m$, ενώ το δεύτερο σώμα απέχει από το κτήριο απόσταση $x_2 = \upsilon_2 \cdot t \Leftrightarrow x_2 = \upsilon_2 \cdot t = 10 \cdot 2 \Leftrightarrow x_2 = 20\ m$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6:

Πάνω σε ένα τραπέζι έχουμε τοποθετήσει κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους. Από ένα σημείο Α του λείου κεκλιμένου επιπέδου αφήνεται μικρή μπίλια που διανύει πάνω του διάστημα (ΑΒ)= $S_1 = 9$ cm και συνεχίζει χωρίς τριβές μέχρι την άκρη Ο του τραπεζιού. Κατόπιν εκτελεί οριζόντια βολή και πέφτει σε απόσταση $d = 10$ cm από το καλάθι που απέχει αντίστοιχα $D = 40$ cm από την άκρη του τραπεζιού. Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση ℓ από το σημείο Α πρέπει να αφήσουμε την μπίλια ώστε αυτή να πέσει μέσα στο καλάθι.

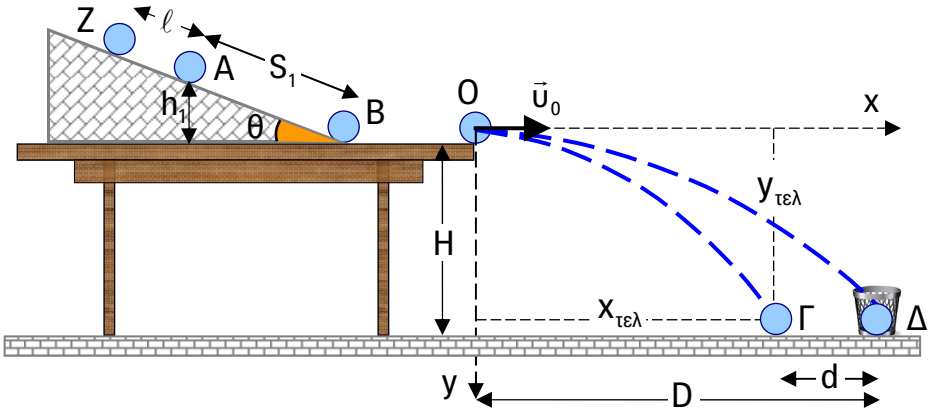
Επίλυση:

Κατά την κίνηση πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο εφαρμόζουμε την **Α**ρχή **Δ**ιατήρησης της **Μ**ηχανικής **Ε**νέργειας **Α.Δ.Μ.Ε.** οπότε έχουμε:

$E_{\mu\eta\chi}^{(B)} = E_{\mu\eta\chi}^{(A)} \Leftrightarrow K_{(B)} + U_{\beta\alpha\rho}^{(B)} = K_{(A)} + U_{\beta\alpha\rho}^{(A)} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot \upsilon_B^2 + 0 = 0 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_1 \Leftrightarrow \upsilon_B^2 = 2 \cdot g \cdot h_1 \Leftrightarrow$

$\upsilon_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \Leftrightarrow \upsilon_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot S_1 \cdot \eta\mu\theta}$ (1)

Κατά την κίνηση πάνω στο λείο τραπέζι η ταχύτητα παραμένει σταθερή, οπότε: $\upsilon_0 = \upsilon_B$ άρα $\upsilon_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot S_1 \cdot \eta\mu\theta}$ (2).



Κατά την οριζόντια βολή ο συνολικός χρόνος κίνησης είναι: $y_{\tau\varepsilon\lambda} = H \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2 = H \Leftrightarrow$

$t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$ και το βεληνεκές είναι: $x_{\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon_0 \cdot t_{o\lambda} \Leftrightarrow x_{\tau\varepsilon\lambda} = \sqrt{2 \cdot g \cdot S_1 \cdot \eta\mu\theta} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \Leftrightarrow$

$x_{\tau\varepsilon\lambda} = \sqrt{4 \cdot H \cdot S_1 \cdot \eta\mu\theta}$ όπου $x_{\tau\varepsilon\lambda} = D - d$. Οπότε: $30 = 2\sqrt{H \cdot S_1 \cdot \eta\mu\theta} \Leftrightarrow 15 = \sqrt{H \cdot S_1 \cdot \eta\mu\theta}$ (3).

Προφανώς την μπίλια πρέπει να την αφήσουμε από σημείο Z ψηλότερα στο κεκλιμένο επίπεδο ώστε να αποκτήσει μεγαλύτερη ταχύτητα και να μπεί τελικά στο καλάθι. Με βάση την προηγούμενη μελέτη έχουμε τα ακόλουθα: $\upsilon'_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot (S_1 + \ell) \cdot \eta\mu\theta}$ ενώ το αντίστοιχο βεληνεκές είναι $x'_{\tau\varepsilon\lambda} = D$

όπου: $x'_{\tau\varepsilon\lambda} = \sqrt{4 \cdot H \cdot (S_1 + \ell) \cdot \eta\mu\theta} \Leftrightarrow 40 = 2\sqrt{H \cdot (S_1 + \ell) \cdot \eta\mu\theta} \Leftrightarrow 20 = \sqrt{H \cdot (S_1 + \ell) \cdot \eta\mu\theta}$ (4)

Διαιρώντας τις σχέσεις (4), (3) κατά μέλη βρίσκουμε:

$\frac{20}{15} = \sqrt{\frac{H \cdot (S_1 + \ell) \cdot \eta\mu\theta}{H \cdot S_1 \cdot \eta\mu\theta}} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \sqrt{\frac{S_1 + \ell}{S_1}} \Leftrightarrow \frac{16}{\cancel{9}} = \frac{9 + \ell}{\cancel{9}} \Leftrightarrow \ell = 7\ cm$.

μέτρον... άριστον ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Μ.Ε.

1. Ερωτήσεις - Ασκήσεις στην Οριζόντια βολή

Α Θέμα

Στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής που ακολουθούν να σημειώσετε τη σωστή απάντηση.

1.Α.1 Σώμα εκτοξεύεται από κάποιο ύψος πάνω από το έδαφος οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_0$. Τότε:
Α. Στον οριζόντιο άξονα υπάρχει επιτάχυνση ίσου μέτρου με την επιτάχυνση της βαρύτητας.
Β. Στον κατακόρυφο άξονα οι μετατοπίσεις είναι ανάλογες με τον χρόνο κίνησης του σώματος.
Γ. Στον οριζόντιο άξονα οι μετατοπίσεις είναι ανάλογες με τον χρόνο κίνησης του σώματος.
Δ. Στον οριζόντιο άξονα το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται ανάλογα με τον χρόνο.

1.Α.2 Η τροχιά ενός σώματος το οποίο εκτελεί οριζόντια βολή είναι:
Α. Τμήμα κύκλου.
Β. Ευθύγραμμο τμήμα.
Γ. Τμήμα παραβολής.
Δ. Τμήμα υπερβολής.

1.Α.3 Δύο σώματα Α και Β εκτοξεύονται από το ίδιο ύψος με οριζόντιες αρχικές ταχύτητες $\vec{υ}_{o(A)}$ και $\vec{υ}_{o(B)}$ όπου έχουν μέτρα $υ_{o(B)} = 2 \cdot υ_{o(A)}$.
Α. Το σώμα Β φθάνει πιο γρήγορα στο έδαφος, γιατί κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα.
Β. Τα δύο σώματα φθάνουν στο έδαφος με ταχύτητες $υ_A$ και $υ_B$, των οποίων τα μέτρα συνδέονται με τη σχέση $υ_{(B)} = 2 \cdot υ_{(A)}$.
Γ. Σε χρόνο Δt τα δύο σώματα έχουν οριζόντιες μετατοπίσεις $\Delta\vec{x}_A$ και $\Delta\vec{x}_B$, των οποίων τα μέτρα συνδέονται με τη σχέση $\Delta x_B = 2 \cdot \Delta x_A$.
Δ. Σε χρόνο Δt τα δύο σώματα έχουν κατακόρυφες μετατοπίσεις $\Delta\vec{y}_A$ και $\Delta\vec{y}_B$, των οποίων τα μέτρα συνδέονται με τη σχέση $\Delta y_B = 2 \cdot \Delta y_A$.

1.Α.4 Δύο σώματα Α και Β εκτοξεύονται με την ίδια οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_o$, από ύψη h_A και $h_B = 4 \cdot h_A$, πάνω από έδαφος. Τότε:
Α. Τα δύο σώματα, φθάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος.
Β. Τα δύο σώματα όταν χτυπούν στο έδαφος, έχουν την ίδια οριζόντια μετατόπιση, αφού έχουν την ίδια οριζόντια αρχική ταχύτητα.
Γ. Τα δύο σώματα, όταν χτυπούν στο έδαφος, έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες.
Δ. Ο χρόνος πτώσης στο έδαφος του σώματος Β είναι διπλάσιος του χρόνου πτώσης του σώματος Α.

1.Α.5 Από την ταράτσα ενός σπιτιού, ύψους Η, αφήνεται ένα σώμα Α να πέσει ελεύθερα και ένα σώμα Β εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_o$.
Α. Ο χρόνος πτώσης του σώματος Α στο έδαφος είναι μικρότερος από τον χρόνο πτώσης του σώματος Β.
Β. Τα σώματα Α και Β φθάνουν στο έδαφος με ταχύτητες ίσων μέτρων.
Γ. Όταν τα δύο σώματα φθάσουν στο έδαφος, θα απέχουν οριζόντια απόσταση ίση με $x = H$.
Δ. Οι ταχύτητες των σωμάτων Α και Β, όταν χτυπούν στο έδαφος, έχουν την ίδια κατεύθυνση.

1.Α.6 Σώμα εκτοξεύεται από κάποιο ύψος πάνω από το έδαφος οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_0$. Τότε:
Α. Η επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα του σώματος.
Β. Η επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας.
Γ. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας μεταβάλλεται ανάλογα με τον χρόνο.
Δ. Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας είναι σταθερή.

1.Α.7 Να σημειώσετε ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι **Σ**ωστές και ποιες **Λ**ανθασμένες.
Α. Σε μία οριζόντια βολή, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται ανάλογα με τον χρόνο.
Β. Στην οριζόντια βολή κοντά στο έδαφος, ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι σταθερός.
Γ. Σε μία οριζόντια βολή, το βεληνεκές είναι ανάλογο του ύψους από το οποίο αφέθηκε το σώμα.
Δ. Ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος είναι ανάλογος του ύψους από το οποίο αφέθηκε.
Ε. Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας είναι ανάλογη του χρόνου πτώσεως.

1.Α.8 Να σημειώσετε ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι **Σ**ωστές και ποιες **Λ**ανθασμένες.
Δύο σώματα Α και Β, με μάζες m και 2m αντίστοιχα, ρίχνονται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_0$ από το ίδιο ύψος.
Α. Το σώμα Α με τη μικρότερη μάζα θα φτάσει γρηγορότερα στο έδαφος από το σώμα Β.
Β. Τα δύο σώματα θα έχουν την ίδια οριζόντια μετατόπιση στον ίδιο χρόνο.
Γ. Τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.
Δ. Το σώμα Α θα χτυπήσει στο έδαφος με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου από την ταχύτητα του σώματος Β όταν αυτό χτυπήσει στο έδαφος.
Ε. Τα δύο σώματα πέφτουν με την ίδια επιτάχυνση.

1.Α.9 Η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση η οποία αναλύεται:
Α. Σε μία ελεύθερη πτώση στον κατακόρυφο άξονα και μία ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στον οριζόντιο άξονα.
Β. Σε μία ελεύθερη πτώση στον κατακόρυφο άξονα και μία ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον οριζόντιο άξονα.
Γ. Σε μία ελεύθερη πτώση στον κατακόρυφο άξονα και μία ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στον οριζόντιο άξονα.
Δ. Σε μία ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον κατακόρυφο άξονα και μία ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον οριζόντιο άξονα.

1.Α.10 Σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Για τα μέτρα των συνιστωσών ταχυτήτων $υ_{o(x)}$ και $υ_{o(y)}$, της αρχικής ταχύτητας $υ_0$ του σώματος στον οριζόντιο ημιάξονα Ox και στον κατακόρυφο ημιάξονα Oy αντίστοιχα ισχύουν οι σχέσεις:
Α. $υ_{o(x)} \neq 0$ και $υ_{o(y)} \neq 0$
Β. $υ_{o(x)} = 0$ και $υ_{o(y)} \neq 0$
Γ. $υ_{o(x)} \neq 0$ και $υ_{o(y)} = 0$
Δ. $υ_{o(x)} = 0$ και $υ_{o(y)} = 0$

1.Α.11 Η οριζόντια βολή ενός σώματος:
Α. Είναι απλή κίνηση, η οποία μελετάται μόνο με τις εξισώσεις που περιγράφουν την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
Β. Είναι απλή κίνηση, η οποία μελετάται μόνο με τις εξισώσεις που περιγράφουν την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
Γ. Είναι σύνθετη κίνηση, η οποία μελετάται με τη βοήθεια της αρχής ανεξαρτησίας των κινήσεων.
Δ. Είναι σύνθετη κίνηση στην οποία δεν ισχύει η αρχή επαλληλίας των κινήσεων, διότι οι κινήσεις στις οποίες αναλύεται είναι διαφορετικού είδους.

1.Α.11 Σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στον κατακόρυφο άξονα είναι:
Α. Σταθερό.
Β. Ανάλογο του χρόνου κίνησης του σώματος.
Γ. Ανάλογο του τετραγώνου του χρόνου κίνησης του σώματος.
Δ. Αντιστρόφως ανάλογο του χρόνου κίνησης του σώματος.

1.Α.12 Σώμα εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t=0$ από ορισμένο ύψος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0. Το μέτρο της ταχύτητας υ του σώματος τη χρονική στιγμή t δίνεται από τη σχέση:
Α. $\upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+0{,}5\cdot g\cdot t^2}$ Β. $\upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+(g\cdot t)^2}$
Γ. $\upsilon=\upsilon_0-g\cdot t$ Δ. $\upsilon=\upsilon_0+g\cdot t$

1.Α.13 Από ύψος Η επάνω από το έδαφος εκτοξεύουμε οριζόντια ταχύτητα υ_0 μικρό σώμα. Το απαιτούμενο χρονικό διάστημα προκειμένου το σώμα να συναντήσει το έδαφος είναι:
Α. Ανεξάρτητο του ύψους Η. Β. Ανάλογο του τετραγώνου του ύψους Η.
Γ. Ανάλογο του ύψους Η. Δ. Ανάλογο της τετραγωνικής ρίζας του ύψους Η.

1.Α.14 Σώμα εκτοξεύεται από ύψος Η πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0. Εάν το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι g, τότε το μέτρο της μέγιστης οριζόντιας μετατόπισης του σώματος είναι:
Α. $S=\upsilon_0\cdot\sqrt{\frac{2\cdot H}{g}}$ Β. $S=\upsilon_0\cdot\sqrt{\frac{H}{2\cdot g}}$ Γ. $S=\upsilon_0\cdot\sqrt{\frac{H}{g}}$ Δ. $S=2\cdot\upsilon_0\cdot\sqrt{\frac{H}{g}}$

1.Α.15 Σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Η επιτάχυνση που δέχεται το σώμα στη διάρκεια της κίνησής του είναι:
Α. Μηδέν.
Β. Μικρότερη από την επιτάχυνση της βαρύτητας.
Γ. Ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας.
Δ. Μεγαλύτερη από την επιτάχυνση της βαρύτητας.

1.Α.16 Να σημειώσετε ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι **Σ**ωστές και ποιες **Λ**ανθασμένες.
Α. Ένα σώμα εκτελεί οριζόντια βολή, όταν αφεθεί ελεύθερο να κινηθεί από ορισμένο ύψος.
Β. Ένα σώμα εκτελεί οριζόντια βολή, όταν εκτοξευτεί από ορισμένο ύψος με οριζόντια ταχύτητα.
Γ. Η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση η οποία αποτελείται από δύο απλές μία οριζόντια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και μία ελεύθερη πτώση.
Δ. Η αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων εφαρμόζεται στις σύνθετες κινήσεις, όπως είναι η οριζόντια βολή.
Ε. Στην οριζόντια βολή το σώμα έχει μηδενική αρχική κατακόρυφη συνιστώσα ταχύτητας.

1.Α.17 Να σημειώσετε ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι **Σ**ωστές και ποιες **Λ**ανθασμένες.
Σώμα εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0.
Α. Ο ρυθμός μεταβολής της επιτάχυνσης του σώματος ισούται με μηδέν.
Β. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας του σώματος δεν μεταβάλλεται , ενώ η κατακόρυφη αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο.
Γ. Το σώμα για έναν παρατηρητή ο οποίος κινείται μαζί με αυτό εκτελεί ελεύθερη πτώση.
Δ. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή t υπολογίζεται από τη σχέση $\upsilon=\upsilon_0+g\cdot t$, όπου g είναι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.
Ε. Η ταχύτητα του σώματος κάθε χρονική στιγμή ισούται με το διανυσματικό άθροισμα $\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_x+\vec{\upsilon}_y$, όπου $\vec{\upsilon}_x$ και $\vec{\upsilon}_y$, είναι οι συνιστώσες ταχύτητες , της ταχύτητας του σώματος τους ημιάξονες Ox και Oy αντίστοιχα.

1.Α.18 Να σημειώσετε ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι **Σ**ωστές και ποιες **Λ**ανθασμένες.
Σώμα μικρών διαστάσεων εκτοξεύεται οριζόντια από ορισμένο ύψος Η πάνω από το έδαφος.

Α. Στην οριζόντια διεύθυνση, ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος ισούται με μηδέν.
Β. Στην κατακόρυφη διεύθυνση, ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος ισούται με μηδέν.
Γ. Η επιτάχυνση του σώματος ισούται με την επιτάχυνση της βαρύτητας.
Δ. Η γωνία μεταξύ της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος ελαττώνεται με την πάροδο του χρόνου.
Ε. Το ύψος από το οποίο εκτοξεύθηκε το σώμα είναι οπωσδήποτε μικρότερο της μέγιστης οριζόντιας μετατόπισής του.

1.Α.19 Να σημειώσετε ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι **Σ**ωστές και ποιες **Λ**ανθασμένες.

Α. Εάν εκτοξεύσουμε οριζόντια από ορισμένο ύψος Η ένα σώμα $Σ_1$ και την ίδια χρονική στιγμή αφήσουμε ελεύθερο να κινηθεί, χωρίς αρχική ταχύτητα, από το ίδιο ύψος σώμα $Σ_2$, τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.
Β. Εάν δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ εκτοξευθούν την ίδια χρονική στιγμή οριζόντια και από το ίδιο ύψος, θα φθάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.
Γ. Ο χρόνος κίνησης ενός σώματος το οποίο εκτοξεύεται οριζόντια από ορισμένο ύψος δεν εξαρτάται από τη μάζα του και από το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εκτοξεύθηκε.
Δ. Οι χρόνοι κίνησης δύο πανομοιότυπων σωμάτων τα οποία εκτοξεύονται οριζόντια και από το ίδιο ύψος με ίσες ταχύτητες, το ένα στη Γη και το άλλο στη Σελήνη είναι ίσοι.
Ε. Το χρονικό διάστημα κίνησης ενός σώματος που εκτελεί οριζόντια βολή εξαρτάται μόνο από το ύψος από το οποίο εκτοξεύτηκε και από την επιτάχυνση της βαρύτητας που επικρατεί στον τόπο εκτόξευσης.

1.Α.20 Να σημειώσετε ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι **Σ**ωστές και ποιες **Λ**ανθασμένες.

Α. Η ταχύτητα μιας βόμβας τη χρονική στιγμή κατά την οποία αφήνεται ελεύθερη από το πλήρωμα ενός αεροπλάνου ισούται με την ταχύτητα με την οποία πετά το αεροπλάνο.
Β. Σε ορισμένο χρονικό διάστημα η μετατόπιση ενός σώματος που εκτελεί οριζόντια βολή ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα της οριζόντιας και της κατακόρυφης μετατόπισής του.
Γ. Το μέτρο της μετατόπισης και το διάστημα που διανύει ένα σώμα , το οποίο εκτελεί οριζόντια βολή, από τη χρονική στιγμή που εκτοξεύεται έως τη χρονική στιγμή που συναντά το έδαφος έχουν την ίδια τιμή.
Δ. Οι εξισώσεις κίνησης ενός σώματος το οποίο εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $υ_0$ από την αρχή Ο ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων xOy και εκτελεί οριζόντια βολή είναι $x = u_o \cdot t$ και $y = 0,5 \cdot g \cdot t^2$.
Ε. Ο λόγος x / y των συντεταγμένων της θέσης ενός σώματος που εκτελεί οριζόντια βολή σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων xOy είναι σταθερός.

1.Α.21 Να σημειώσετε ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι **Σ**ωστές και ποιες **Λ**ανθασμένες.

Α. Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος το οποίο εκτελεί οριζόντια βολή διατηρείται.
Β. Σε ορισμένο χρονικό διάστημα, η αύξηση της κινητικής ενέργειας ενός σώματος που εκτελεί οριζόντια βολή ισούται με την ελάττωση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειάς του.
Γ. Όταν δύο σώματα εκτοξευθούν την ίδια χρονική στιγμή από το ίδιο ύψος με ταχύτητες ίσου μέτρου, το ένα οριζόντια και το άλλο κατακόρυφα προς τα κάτω, θα φθάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.
Δ. Όταν δύο πανομοιότυπα σώματα εκτοξευθούν από το ίδιο ύψος με ταχύτητες ίσου μέτρου, το ένα οριζόντια και το άλλο κατακόρυφα προς τα κάτω, θα φθάσουν στο έδαφος με ίσες κινητικές ενέργειες.
Ε. Όταν δύο σώματα διαφορετικής μάζας εκτοξευθούν οριζόντια από το ίδιο ύψος με ίσες ταχύτητες , το σώμα με τη μεγαλύτερη μάζα θα φτάσει στο έδαφος με μεγαλύτερη κινητική ενέργεια από την κινητική ενέργεια με την οποία θα φθάσει στο έδαφος το σώμα με τη μικρότερη μάζα.

Β Θέμα

Στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής που ακολουθούν να σημειώσετε τη σωστή απάντηση αφού δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.1 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος με ταχύτητα μέτρου $υ_0$. Ο χρόνος που περνά για να γίνει το μέτρο της ταχύτητας του σώματος ίσο με $3υ_0$ είναι ίσος με:

Α. $t=\sqrt{2}\cdot\frac{υ_0}{g}$ Β. $t=2\cdot\frac{υ_0}{g}$ Γ. $t=2\sqrt{2}\cdot\frac{υ_0}{g}$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.2 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος Η πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_0$. Κάποια στιγμή που η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει γωνία $φ=60^0$ με τον οριζόντιο άξονα κίνησης, τότε η συνιστώσα της ταχύτητας στον κατακόρυφο άξονα έχει μέτρο:

Α. $υ_y=\sqrt{3}\cdot υ_0$ Β. $υ_y=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot υ_0$ Γ. $υ_y=2\cdot υ_0$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.3 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος h πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_0$. Κάποια στιγμή που η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει γωνία $φ=60^0$ με τον οριζόντιο άξονα της κίνησης, η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο:

Α. $υ=\sqrt{3}\cdot υ_0$ Β. $υ=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot υ_0$ Γ. $υ=2\cdot υ_0$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.4 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος Η πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_0=10\sqrt{2}\,m/s$. Κάποια χρονική στιγμή $t=t_1$, η οριζόντια μετατόπισή του σώματος είναι ίση με την κατακόρυφη μετατόπισή του. Τότε η ταχύτητα του σώματος αυτήν τη χρονική στιγμή έχει μέτρο:

Α. $υ=\sqrt{10}\,m/s$ Β. $υ=10\,m/s$ Γ. $υ=10\sqrt{10}\,m/s$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.5 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_o$ από κάποιο ύψος Η τη χρονική στιγμή $t=0$. Αν τη χρονική στιγμή $t=t_1$, το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τριπλασιάζεται, τότε ισχύει:

Α. Η χρονική στιγμή $t=t_1$, ισούται με: $t_1=\sqrt{2}\cdot\frac{υ_0}{g}$.

Β. Η οριζόντια μετατόπιση του σώματος, τη χρονική στιγμή $t=t_1$, είναι: $x_1=2\sqrt{2}\cdot\frac{υ_0^2}{g}$.

Γ. Η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος, τη χρονική στιγμή $t=t_1$, είναι: $y_1=2\cdot\frac{υ_0^2}{g}$.

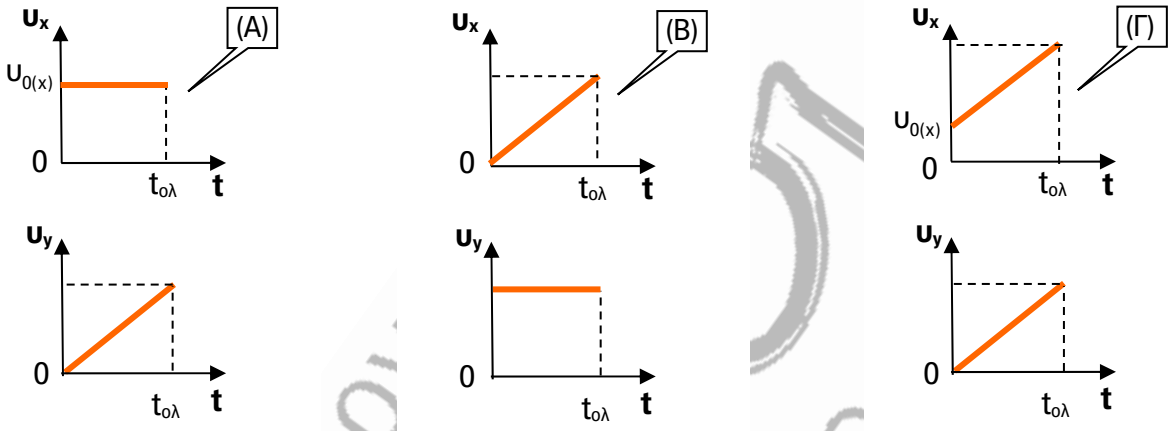
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.6 Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος $H = 5\,m$ με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20\,m/s$. Τότε το βεληνεκές του σώματος είναι:

Α. $S = 5\,m$ Β. $S = 10\,m$ Γ. $S = 20\,m$

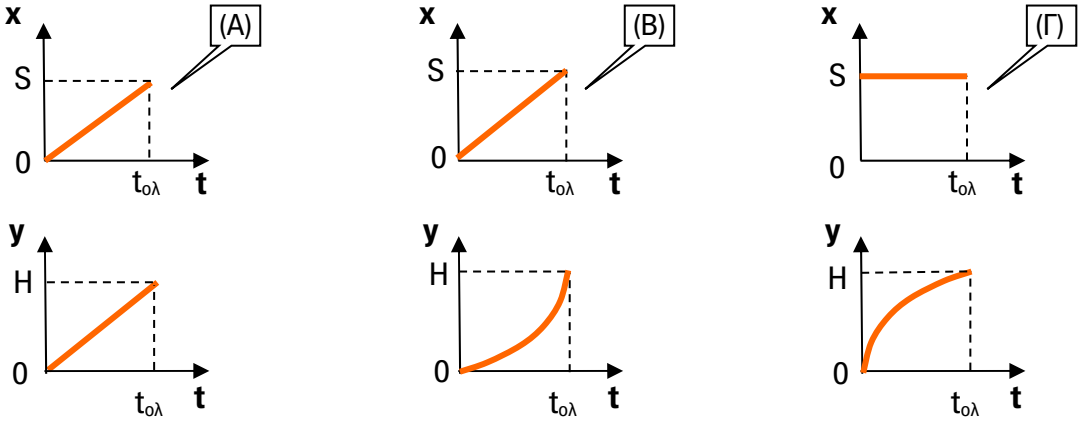
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.7 Σώμα εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ από ορισμένο ύψος επάνω από το έδαφος, με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_o και συναντά το έδαφος τη χρονική στιγμή $t_{ολ}$. Το ζεύγος των διαγραμμάτων που εκφράζει ορθά τις χρονικές μεταβολές των μέτρων των συνιστωσών ταχυτήτων υ_x και υ_y, της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ του σώματος στον οριζόντιο ημιάξονα Ox και στον κατακόρυφο ημιάξονα Oy, είναι:



Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.8 Σφαιρίδιο εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ από την αρχή Ο του ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων xOy με οριζόντια ταχύτητα υ_o. Το σημείο εκτόξευσης του σώματος βρίσκεται σε ύψος Η πάνω από το έδαφος, ενώ το σώμα συναντά το έδαφος τη χρονική στιγμή $t_{ολ}$, σε ένα σημείο με συντεταγμένες $x_{τελ} = S$ και $y_{τελ} = H$. Το ζεύγος των διαγραμμάτων που εκφράζει ορθά τις χρονικές μεταβολές των συντεταγμένων x και y της θέσης του σφαιριδίου είναι:



Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.9 Σώμα το οποίο εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος H_1, φθάνει στο έδαφος σε χρονικό διάστημα Δt_1. Εάν το σώμα εκτοξευτεί οριζόντια από ύψος $H_2 = 9 \cdot H_1$, τότε θα φθάσει στο έδαφος σε χρονικό διάστημα Δt_2, οπότε για αυτά τα χρονικά διαστήματα ισχύει:

Α. $\Delta t_2 = \Delta t_1$ Β. $\Delta t_2 = 3 \cdot \Delta t_1$ Γ. $\Delta t_2 = \frac{1}{3} \cdot \Delta t_1$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.10 Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες μέτρων $\upsilon_{0(1)}$ και $\upsilon_{0(2)}$ αντίστοιχα. Το σώμα Σ_1 εκτοξεύεται από ύψος H_1 ενώ το σώμα Σ_2 εκτοξεύεται από ύψος $H_2 = 4 \cdot H_1$, επάνω από το έδαφος. Εάν οι μέγιστες οριζόντιες μετατοπίσεις των δύο σωμάτων είναι ίσες, ισχύει η σχέση:

Α. $\upsilon_{0(1)} = \frac{1}{4} \cdot \upsilon_{0(2)}$ Β. $\upsilon_{0(1)} = \frac{1}{2} \cdot \upsilon_{0(2)}$ Γ. $\upsilon_{0(1)} = 2 \cdot \upsilon_{0(2)}$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.11 Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες μέτρων $\upsilon_{0(1)}$ και $\upsilon_{0(2)} = 2 \cdot \upsilon_{0(1)}$, από ύψη H_1 και $H_2 = 4 \cdot H_1$, αντίστοιχα επάνω από το έδαφος.

i. Για τα βεληνεκές των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

Α. $S_2 = \frac{1}{4} \cdot S_1$ Β. $S_2 = 2 \cdot S_1$ Γ. $S_2 = 4 \cdot S_1$

ii. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2, συναντούν το έδαφος με ταχύτητες $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{\upsilon}_2$ αντίστοιχα, για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση:

Α. $\upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2$ Β. $\upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$ Γ. $\upsilon_2 = \upsilon_1$

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

1.Β.12 Σώμα εκτοξεύεται από ύψος Η με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0. Το μέτρο της μέγιστης οριζόντιας μετατόπισης του σώματος είναι $S = 2 \cdot H$.

i. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα συναντά το έδαφος έχει ταχύτητα η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία:

Α. $\varphi = 30^0$ Β. $\varphi = 45^0$ Γ. $\varphi = 60^0$

ii. Το μέτρο της ταχύτητας υ_1 με την οποία το σώμα συναντά το έδαφος είναι:

Α. $\upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_0$ Β. $\upsilon_1 = \sqrt{2} \cdot \upsilon_0$ Γ. $\upsilon_1 = \sqrt{3} \cdot \upsilon_0$

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

1.Β.13 Σώμα εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα υ_0. Η κινητική ενέργεια με την οποία το σώμα προσκρούει στο έδαφος είναι διπλάσια της αρχικής.

i. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα συναντά το έδαφος έχει ταχύτητα η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία:

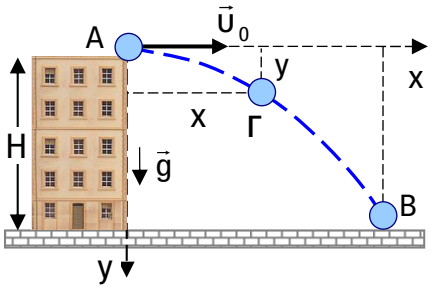
Α. $\varphi = 30^0$ Β. $\varphi = 45^0$ Γ. $\varphi = 60^0$

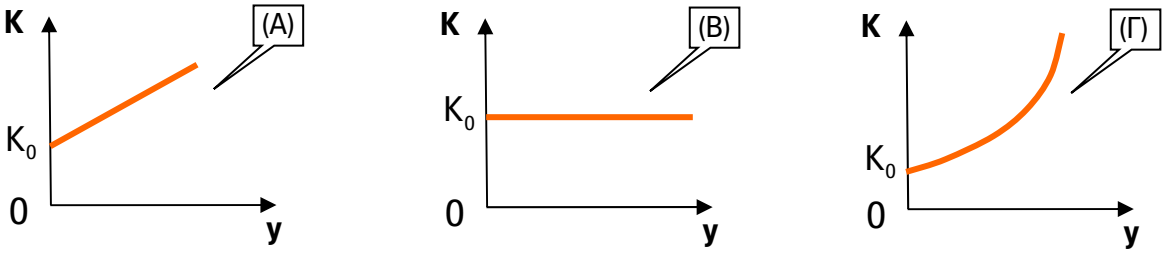
ii. Εάν g είναι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας, το ύψος από το οποίο εκτοξεύθηκε το σώμα δίνεται από τη σχέση:

Α. $H = \frac{1}{2} \cdot \frac{\upsilon_0^2}{g}$ Β. $H = \frac{\upsilon_0^2}{g}$ Γ. $H = \frac{1}{4} \cdot \frac{\upsilon_0^2}{g}$

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

1.Β.14 Ένα σφαιρίδιο εκτοξεύεται από το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος Η από το έδαφος , με αποτέλεσμα να εκτελέσει οριζόντια βολή. Η κινητική ενέργεια εκτόξευσης του σφαιριδίου είναι K_0 , ενώ y είναι η κατακόρυφη μετατόπιση του σφαιριδίου κάθε χρονική στιγμή κάτω από το επίπεδο εκτόξευσης. Αν οι αντιστάσεις του αέρα είναι αμελητέες, τότε η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας Κ του σφαιριδίου σε συνάρτηση με τη μετατόπιση y είναι:





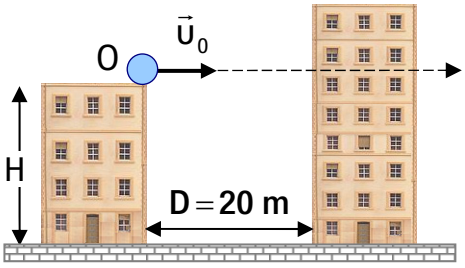
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. (Τράπεζα θεμάτων)

1.Β.15 Μικρή σφαίρα βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10\,m/s$, από την ταράτσα ενός κτηρίου και από ύψος $H = 45\,m$ από το έδαφος. Ο χρόνος κίνησης μέχρι την πρώτη πρόσκρουση του σώματος σε οποιοδήποτε σημείο, είτε στο απέναντι κτήριο είτε στο έδαφος είναι ίσος με:

Α. $t = 3\,s$ Β. $t = 2\,s$ Γ. $t = 1\,s$

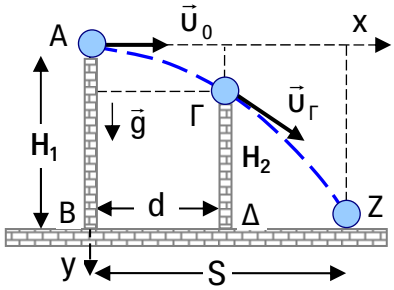
Θεωρούμε τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10\,m/s^2$.

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.



(Τράπεζα θεμάτων)

1.Β.16 Από την κορυφή Α κατακόρυφου στύλου ΑΒ, ύψους H_1, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σφαιρίδιο με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ ενώ αυτό φθάνει στο έδαφος σε απόσταση S από τη βάση Β του στύλου. Σε απόσταση d από τον στύλο και προς την πλευρά προς την οποία εκτοξεύουμε το σφαιρίδιο τοποθετούμε δεύτερο στύλο ΓΔ, ύψους $H_2 = 0{,}75 \cdot H_1$, όπως απεικονίζεται στο σχήμα. Προκειμένου το σφαιρίδιο να διέλθει ακριβώς επάνω από την κορυφή Γ του δεύτερου στύλου, η απόσταση d μεταξύ των δύο στύλων θα πρέπει να είναι ίση με:



Α. $d = 0{,}25 \cdot S$ Β. $d = 0{,}5 \cdot S$ Γ. $d = 0{,}75 \cdot S$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

1.Β.17 Σώμα εκτοξεύεται από ύψος H_1, πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$. Το σώμα χτυπά στο έδαφος με κινητική ενέργεια K_1 και τη χρονική στιγμή της πρόσκρουσης η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ_1, με $\varepsilon\varphi\varphi_1 = 1$. Το ίδιο σώμα εκτοξεύεται εκ νέου από ύψος H_2, πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, οπότε προσκρούει στο έδαφος με κινητική ενέργεια K_2 και τη χρονική στιγμή της πρόσκρουσης η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ_2, με $\varepsilon\varphi\varphi_2 = 2$.

i. Ο λόγος K_2/K_1 ισούται με: Α. 2 Β. 2,5 Γ. 4

ii. Ο λόγος των υψών H_2/H_1 , ισούται με: Α. 2 Β. 2,5 Γ. 4

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Γ Θέμα

Να επιλύσετε τις ακόλουθες ασκήσεις.

1.Γ.1 Σώμα εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t=0$ οριζόντια από ύψος $H = 80\ m$, με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 30\,m/s$. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

1. Την οριζόντια και την κατακόρυφη απομάκρυνση του σώματος μετά από χρόνο $t_1 = 3\ s$.
2. Σε πόσο χρόνο το σώμα φθάνει στο έδαφος.
3. Το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητάς του όταν προσκρούει στο έδαφος.
4. Την εξίσωση της τροχιάς του σώματος.
5. Το βεληνεκές της οριζόντιας βολής.

Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10\,m/s^2$.

1.Γ.2 Η εξίσωση της τροχιάς ενός σώματος , που εκτελεί οριζόντια βολή, είναι $y = 0{,}02 \cdot x^2$ (S.I.) και ο χρόνος καθόδου του σώματος μέχρι το έδαφος είναι 10 s. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

1. Το ύψος Η από το οποίο βάλλεται το σώμα.
2. Την αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0 με την οποία βάλλεται το σώμα.
3. Το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος μετά από χρόνο $t_1 = 5\ s$.
4. Την οριζόντια απόσταση του σώματος όταν προσκρούει στο έδαφος (βεληνεκές).

Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10\,m/s^2$.

1.Γ.3 Σώμα εκτοξεύεται από ύψος $H = 180\,m$ πάνω από το έδαφος , με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 40\,m/s$. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

1. Την ταχύτητα του σώματος (κατά μέτρο και κατεύθυνση), όταν το σώμα, βρίσκεται σε ύψος $h = 45\ m$ πάνω από το έδαφος και την οριζόντια μετατόπιση στη θέση αυτή.
2. Το χρόνο καθόδου του σώματος μέχρι το έδαφος.
3. Την ταχύτητα (κατά μέτρο και κατεύθυνση) του σώματος όταν χτυπά στο έδαφος.
4. την οριζόντια απόσταση (βεληνεκές), όταν προσκρούει στο έδαφος.

Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10\,m/s^2$.

1.Γ.4 Πολεμικό αεροπλάνο πετά οριζόντια σε ύψος $H = 720\,m$ με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 160 m/s$. Κάποια στιγμή $t=0$ και ενώ βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση $d = 2040\ m$ από έναν ακίνητο στόχο που βρίσκεται στο έδαφος , ο κυβερνήτης του αεροπλάνου αφήνει μια βόμβα. Να υπολογίσετε:

1. Το χρόνο πτώσης της βόμβας μέχρι το έδαφος.
2. Να εξετάσετε αν η βόμβα πετυχαίνει τον στόχο.
3. Την απόσταση του σημείου πρόσκρουσης της βόμβας από το στόχο.
4. Την ταχύτητα της βόμβας όταν φθάνει στο έδαφος.
5. Την ταχύτητα του αεροπλάνου ώστε πετώντας στο ίδιο ύψος και με τις συνθήκες που είχαμε προηγουμένως, να πλήξει το στόχο.

Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10\,m/s^2$.

Δ Θέμα

Να επιλύσετε τα ακόλουθα προβλήματα.

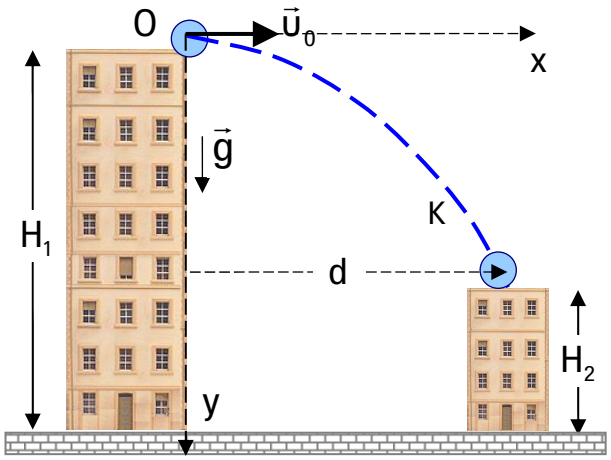
1.Δ.5 Πολεμικό αεροπλάνο πετά οριζόντια με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_0 = 200 m/s$ σε ύψος $H = 405 m$ από το έδαφος. Ο πιλότος του αεροπλάνου θέλει να αφήσει μια βόμβα για να χτυπήσει ένα τάνκ, στο έδαφος που κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_1 = 30 m/s$ και ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα του αεροπλάνου, πάνω στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

1. Την οριζόντια απόσταση που πρέπει να απέχει το αεροπλάνο από το όχημα τη στιγμή που ο κυβερνήτης αφήνει τη βόμβα έτσι ώστε να πλήξει το τάνκ.
2. Να κάνετε ακριβώς το ίδιο και στην περίπτωση που το όχημα κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_1 = 30 m/s$, αλλά αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα του αεροπλάνου.

Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10 m/s^2$ και οι διαστάσεις του τάνκ να θεωρηθούν αμελητέες.

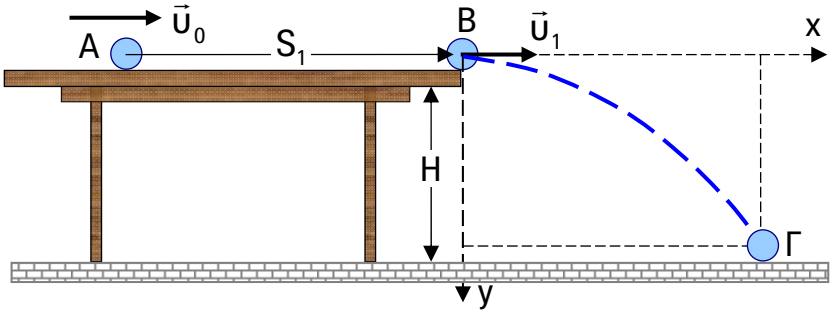
1.Δ.6 Σώμα εκτοξεύεται από κάποιο ύψος $H_1 = 120 m$ οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_0$. Κάποια στιγμή $t = 0$ συναντά την ταράτσα μιας πολυκατοικίας ύψους $H_2 = 40 m$, σε ένα σημείο που βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση $d = 100 m$ από το σημείο εκτόξευσης του σώματος. Να υπολογίσετε:

1. Την αρχική ταχύτητα $υ_0$ με την οποία εκτοξεύεται το σώμα.
2. Την ταχύτητα (μέτρο και κατεύθυνση) με την οποία χτυπά το σώμα την ταράτσα της πολυκατοικίας.
3. Το ύψος h που θα βρίσκεται το σώμα πάνω από το έδαφος μετά από χρόνο $t = 2 s$ από τη στιγμή που εκτοξεύτηκε.
4. Την οριζόντια μετατόπισή του για $t = 2 s$.



Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10 m/s^2$.

1.Δ.7 Η επιφάνεια ενός τραπεζιού βρίσκεται σε ύψος $H = 80 cm$ από το έδαφος. Ένα σώμα εκτοξεύεται κατά μήκος του τραπεζιού, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $μ = 0,2$ με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_0 = 10 m/s$. Η κίνηση του σώματος μέχρι την άκρη του τραπεζιού διαρκεί $Δt_1 = 2 s$ και το σώμα συνεχίζει την κίνησή του μέχρι την προσεδάφιση. Να υπολογίσετε:



1. Το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος όταν ολισθαίνει πάνω στο τραπέζι.
2. Την αρχική ταχύτητα $\vec{υ}_1$ της οριζόντιας βολής.
3. Το διάστημα S_1 που διανύει το σώμα πάνω στο τραπέζι.
4. Τη χρονική διάρκεια $Δt_2$ της οριζόντιας βολής.
5. Τη συνολική οριζόντια μετατόπιση του σώματος μέχρι τη στιγμή της προσεδάφισης.

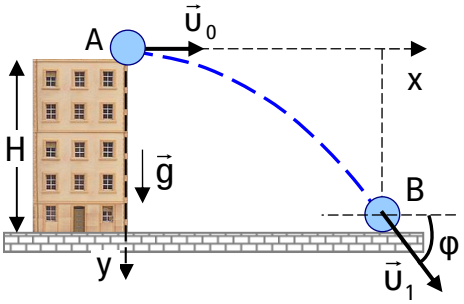
Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10 m/s^2$.

1.Δ.8 Ο πιλότος ενός μαχητικού αεροπλάνου, το οποίο πετάει οριζόντια με σταθερή ταχύτητα, αφήνει τη χρονική στιγμή $t=0$ να πέσει ελεύθερα μία βόμβα. Το μέτρο της οριζόντιας μετατόπισης της βόμβας μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=2\,s$ είναι $x_1=50\,m$, ενώ η βόμβα φθάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t_2=5\,s$. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

1. Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία πετά το αεροπλάνο.
2. Το ύψος Η πάνω από το έδαφος στο οποίο πετά το αεροπλάνο.
3. Το μέτρο της οριζόντιας μετατόπισης του αεροπλάνου από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή κατά την οποία η βόμβα φθάνει στο έδαφος.
4. Την απόσταση αεροπλάνου – βόμβας τη χρονική στιγμή $t_1=2\,s$.

Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g=10\,m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

1.Δ.9 Το σφαιρίδιο του παρακάτω σχήματος εκτοξεύεται οριζόντια τη χρονική στιγμή $t=0$ από ύψος $H=80\,m$ πάνω από το έδαφος με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0=10\,m/s$. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:



1. Να γράψετε την εξίσωση τροχιάς του σφαιριδίου.
2. Τους ρυθμούς μεταβολής των μέτρων της οριζόντιας και της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας του αντικειμένου στη διάρκεια της κίνησής του.
3. Τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σφαιριδίου.
4. Το μέτρο και τη κατεύθυνση της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$, με την οποία το σφαιρίδιο προσκρούει στο έδαφος.
5. Την κατακόρυφη μετατόπιση του σφαιριδίου στο χρονικό διάστημα Δt από τη στιγμή της εκτόξευσης κατά το οποίο η οριζόντια μετατόπιση του σφαιριδίου ισούται με το μισό της μέγιστης τιμής της.

Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g=10\,m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Για τις πράξεις να θεωρήσετε: $\sqrt{17}=4{,}1$ και $\varepsilon\varphi 76^0=4$.

1.Δ.10 Αθλητής της σκοποβολής έχει την κάννη του όπλου του οριζόντια και στραμμένη προς το κέντρο Κ του στόχου, ο οποίος έχει σχήμα δίσκου μεγάλης διαμέτρου. Ο αθλούμενος πιέζει τη σκανδάλη και τη χρονική στιγμή $t=0$ βλήμα μάζας $m=0{,}1\,Kg$, εξέρχεται από την άκρη Ο της κάννης του όπλου με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0=250\,m/s$. Το κέντρο Κ του στόχου βρίσκεται σε απόσταση $d_1=50\,m$ από την άκρη Ο της κάννης του όπλου. Το βλήμα σφηνώνεται στον στόχο σε απόσταση $d_2=20\,cm$ χαμηλότερα από το κέντρο του Κ, στο σημείο Α που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο.

Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

1. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας g.
2. Το έργο του βάρους του βλήματος στη διάρκεια κίνησής του.
3. Τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία η οριζόντια μετατόπιση x_1 και η κατακόρυφη μετατόπιση y_1 του βλήματος, από τη χρονική στιγμή $t=0$, συνδέονται με τη σχέση $x_1=500\cdot y_1$.
4. Την κινητική ενέργεια του βλήματος τη χρονική στιγμή που το βλήμα χτυπά στον στόχο.
5. Τη γωνία θ που σχηματίζει η ταχύτητα του βλήματος με την επιτάχυνσή του, τη στιγμή που χτυπά το στόχο.

Δίνεται ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

1.Δ.11 Σώμα μικρών διαστάσεων εκτοξεύεται οριζόντια τη χρονική στιγμή $t=0$ από ορισμένο ύψος πάνω από το έδαφος με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 11 m/s$ και φθάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{τελ} = 61 m/s$. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

1. Το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας του σώματος, όταν φθάνει στο έδαφος.
2. Τη γωνιακή εκτροπή του σώματος μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,1 s$.
3. Το ύψος Η επάνω από το έδαφος από το οποίο εκτοξεύθηκε το σώμα.
4. Τη μάζα του σώματος, εάν γνωρίζετε ότι από τη χρονική στιγμή $t_2 = 2 s$ έως τη χρονική στιγμή $t_3 = 4 s$ η βαρυτική δυναμική του ενέργεια μειώνεται κατά 60 J.

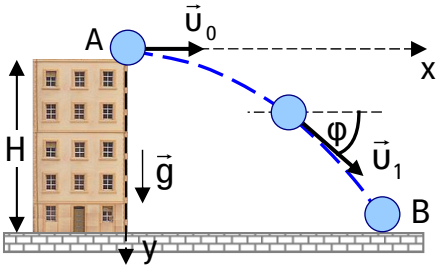
Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10 m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

1.Δ.12 Σφαιρίδιο βάλλεται οριζόντια τη χρονική στιγμή $t=0$ από ύψος $H = 45 m$ επάνω από το έδαφος με ταχύτητα μέτρου υ_0. Θεωρούμε ορθογώνιο σύστημα αναφοράς xOy με αρχή το σημείο βολής O(0,0), τον άξονα x'Ox οριζόντιο και τον άξονα y'Oy κατακόρυφο. Η εξίσωση της παραβολικής τροχιάς που διαγράφει το σφαιρίδιο είναι $y = \frac{1}{80} \cdot x^2$ (S.I.). Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

1. Το μέτρο της ταχύτητας υ_0.
2. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση του μέτρου της ταχύτητας του σφαιριδίου.
3. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση του μέτρου της μετατόπισης του σφαιριδίου.
4. Να γράψετε την εξίσωση της κινητικής ενέργειας K του σφαιριδίου σε συνάρτηση με την κατακόρυφη μετατόπισή του y από την αρχική του θέση.
5. Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος OA, εάν A είναι το σημείο πρόσκρουσης του σφαιριδίου στο έδαφος.
6. Την τιμή της μέσης αριθμητικής ταχύτητας του σφαιριδίου, εάν γνωρίζεται ότι το μήκος της τροχιάς που αυτό διαγράφει είναι $s = 90 m$.

Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10 m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

1.Δ.13 Σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 0,15 Kg$ εκτοξεύεται οριζόντια τη χρονική στιγμή $t=0$ από ύψος $H = 85 m$ πάνω από το έδαφος με ταχύτητα μέτρου υ_0, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 s$ η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, του σώματος σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ, όπου εφφ = 0,5. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:



1. Το μέτρο της ταχύτητας υ_0.
2. Τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 2 \cdot t_1$.
3. Τη χρονική στιγμή $t = t_3$, που το μέτρο της ταχύτητας του σώματος διπλασιάζεται.
4. Το ρυθμό μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του αντικειμένου τη χρονική στιγμή κατά την οποία βρίσκεται σε ύψος 40 m πάνω από το έδαφος.
5. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αντικειμένου τη χρονική στιγμή κατά την οποία βρίσκεται σε ύψος 40 m πάνω από το έδαφος.

Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10 m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

παν μέτρον...
άριστον
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Μ.Ε.

Αβέρωφ 8,Πλατεία Καπνεργάτη
t/f:2510 832 201

www.ariston.gr
info@ariston.gr