



ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

α΄λυκείου

Μανιοπούλου Σίσσυ

περιλαμβάνει:

- Θεωρία
- Μεθοδολογίες επίλυσης ασκήσεων
- Λυμένες ασκήσεις
- Άλυτες ασκήσεις

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό απευθύνεται στους μαθητές της Α΄ τάξης του Γενικού Λυκείου.

Στόχος του βιβλίου είναι η κατανόηση της θεωρίας και η ταξινόμηση των ασκήσεων σε κατηγορίες με τις αντίστοιχες μεθοδολογίες τους.

Ειδικότερα το βιβλίο αυτό περιέχει όλη την ύλη, η οποία οργανώνεται σε πέντε κεφάλαια:

- 1. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ**
- 2. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΕΙΔΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ**
- 3. ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ**
- 4. ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ – ΤΡΑΠΕΖΙΑ**
- 5. ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΑ ΣΧΗΜΑΤΑ**

Επιπλέον δίνεται η δυνατότητα στο μαθητή να εμπεδώσει τον τρόπο λύσεων των ασκήσεων καθώς και τον τρόπο παρουσίασής τους με τη βοήθεια λυμένων ασκήσεων.

Έπειτα καλείται να απαντήσει σε ερωτήσεις σωστού-λάθους που θα τον βοηθήσουν να ελέγξει το βαθμό κατανόησης της θεωρίας και τελικά έρχεται αντιμέτωπος με την πρόκληση πολλών άλυτων ασκήσεων κλιμακούμενης δυσκολίας.

Για να γίνεις πρωταθλητής, πάλεψε για έναν ακόμη γύρο.

James Gorbelt

Με τις θερμότερες ευχές μου για αποδοτική μελέτη και επιτυχία!

Μανιοπούλου Σίσσυ
Μαθηματικός

Σεπτέμβριος 2016

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

Θεωρία

1. Οι πρωταρχικές γεωμετρικές έννοιες	11
2. Γωνίες	14
3. Κύκλος	19
4. Ευθύγραμμα Σχήματα	22
5. Συμμετρίες	24

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΕΙΔΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

Θεωρία – Ασκήσεις

1. Κύρια στοιχεία ενός τριγώνου	29
2. 1 ^ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων	31
3. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (3.1 – 3.2)	32
4. Ασκήσεις εμπέδωσης	32
5. Αποδεικτικές ασκήσεις	34
6. 2 ^ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων	36
7. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (3.3 – 3.4)	37
8. Ασκήσεις εμπέδωσης	37
9. Αποδεικτικές ασκήσεις	39
10. Κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων	41
11. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (3.5 – 3.6)	42
12. Ασκήσεις εμπέδωσης	42
13. Αποδεικτικές ασκήσεις	44
14. Ερωτήσεις σωστού – λάθους (3.1 – 3.6)	47
15. Ασκήσεις για λύση (3.1 – 3.6)	47
16. Σχέση εξωτερικής και απέναντι γωνίας	50
17. Ανισοτικές σχέσεις πλευρών και γωνιών	51
18. Τριγωνική ανισότητα	51
19. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (3.10 – 3.12)	52
20. Ασκήσεις εμπέδωσης	52
21. Αποδεικτικές ασκήσεις	57
22. Κάθετες και πλάγιες	61
23. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (3.13)	61
24. Ασκήσεις εμπέδωσης	61
25. Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου	63
26. Εφαπτόμενα τμήματα	64
27. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (3.14 – 3.15)	64
28. Ασκήσεις εμπέδωσης	64
29. Αποδεικτικές ασκήσεις	65
30. Σχετικές θέσεις δυο κύκλων	67
31. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (3.7 – 3.16)	69

32. Ασκήσεις εμπέδωσης	69
33. Ερωτήσεις σωστού – λάθους (3.7 – 3.16)	70
34. Ασκήσεις για λύση (3.7 – 3.16)	71

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ

Θεωρία – Ασκήσεις

1. Παράλληλες ευθείες	75
2. Ιδιότητες παραλλήλων ευθειών	75
3. Αξιοσημείωτοι κύκλοι του τριγώνου	76
4. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (3.14 – 3.15)	77
5. Ασκήσεις εμπέδωσης	77
6. Αποδεικτικές ασκήσεις	79
7. Άθροισμα γωνιών τριγώνου	81
8. Άθροισμα γωνιών κυρτού n – γώνου	81
9. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (4.6 – 4.8)	82
10. Ασκήσεις εμπέδωσης	82
11. Αποδεικτικές ασκήσεις	84
12. Ερωτήσεις σωστού – λάθους (4.1 – 4.8)	87
13. Ασκήσεις για λύση (4.1 – 4.8)	88

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ – ΤΡΑΠΕΖΙΑ

Θεωρία – Ασκήσεις

1. Παραλληλόγραμμα – Τραπεζία	91
2. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (5.1 – 5.2)	92
3. Ασκήσεις εμπέδωσης	92
4. Αποδεικτικές ασκήσεις	93
5. Ασκήσεις για λύση (5.1 – 5.2)	95
6. Είδη παραλληλόγραμμων	96
7. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (5.3 – 5.5)	98
8. Ασκήσεις εμπέδωσης	98
9. Αποδεικτικές ασκήσεις	101
10. Ασκήσεις για λύση (5.3 – 5.5)	103
11. Εφαρμογές των παραλληλογράμμων	104
12. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (5.6 – 5.9)	107
13. Ασκήσεις εμπέδωσης	107
14. Αποδεικτικές ασκήσεις	110
15. Ασκήσεις για λύση (5.6 – 5.9)	115
16. Τραπεζία	117
17. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (5.10 – 5.11)	118
18. Ασκήσεις εμπέδωσης	118
19. Αποδεικτικές ασκήσεις	121
20. Ασκήσεις για λύση (5.10 – 5.11)	125
21. Ερωτήσεις σωστού – λάθους (5.10 – 5.11)	127

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

Θεωρία – Ασκήσεις

1. Εγγεγραμμένα σχήματα	131
2. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (6.1 – 6.4)	132
3. Ασκήσεις εμπέδωσης	132
4. Εγγεγραμμένα και εγγράψιμα τετράπλευρα	134
5. Λυμένες ασκήσεις σχολικού βιβλίου (6.5 – 6.6)	135
6. Επαναληπτικά θέματα	136
7. Ασκήσεις για λύση	136

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

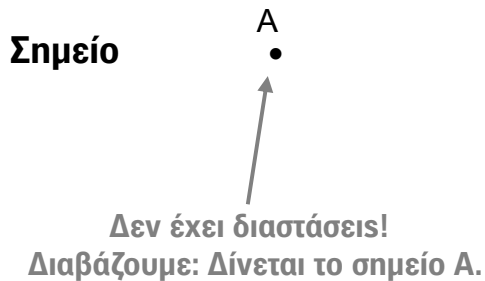
ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2
(Σχολικού Βιβλίου)



ΤΑ ΒΑΣΙΚΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

1. Οι πρωταρχικές γεωμετρικές έννοιες



Ευθεία

Δεν είναι εύκολο να ορίσει κανείς την ευθεία, όσο απλό κι αν φαίνεται αρχικά. Για το λόγο αυτό τη δεχόμαστε διαισθητικά, σαν μια «ίσια» γραμμή χωρίς αρχή και χωρίς τέλος!

Διαβάζουμε : Δίνεται η **ευθεία ε** ή η **ευθεία χ'χ**



Εννοείται, λοιπόν, ότι η ευθεία δε σταματάει εκεί που σταματάμε εμείς να τη σχεδιάζουμε, ούτε εκεί που τελειώνει το φύλλο στο οποίο γράφουμε! Φανταζόμαστε ότι προεκτείνεται απεριόριστα προς κάθε κατεύθυνση, μέχρι την άκρη του... σύμπαντος! Αλλά κι αυτό συμβαίνει μόνο μέσα στο μυαλό μας! Συνεπώς, τα x και x' δεν είναι σημεία, αλλά ένας τρόπος να ονομάσουμε τις δυο κατευθύνσεις της ευθείας!

Σχετικές θέσεις δυο ευθειών

Δύο ευθείες μπορούμε να τις σχεδιάσουμε με τους εξής τρόπους:

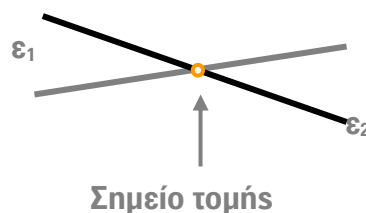
Να είναι **παράλληλες**

Κανένα κοινό σημείο



Να **τέμνονται**

Ένα κοινό σημείο



Να **συμπίπτουν**

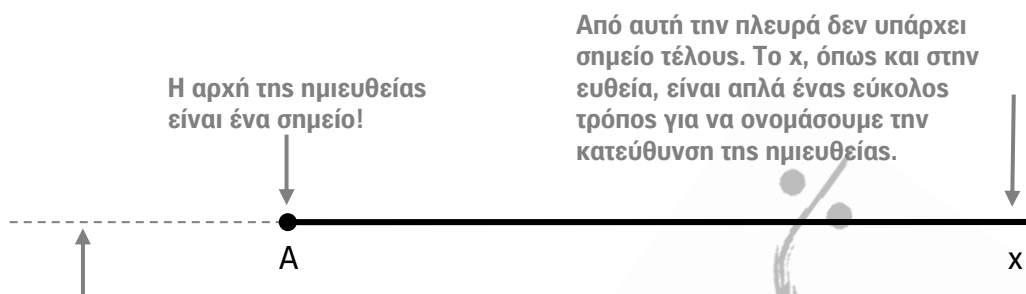
Άπειρα κοινά σημεία



Ημιευθεία

Με την ίδια λογική που καταλαβαίνουμε την ευθεία, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η ημιευθεία είναι μια «ίσια» γραμμή, που έχει αρχή αλλά δεν έχει τέλος!

Διαβάζουμε : Δίνεται η **ημιευθεία Ax**



Φορέας = Η ευθεία, πάνω στην οποία βρίσκεται η ημιευθεία.

Την ημιευθεία μπορούμε να την ορίσουμε και καλύτερα ως:

Καθένα από τα δυο μέρη, στα οποία χωρίζεται μια ευθεία από ένα οποιοδήποτε σημείο της.



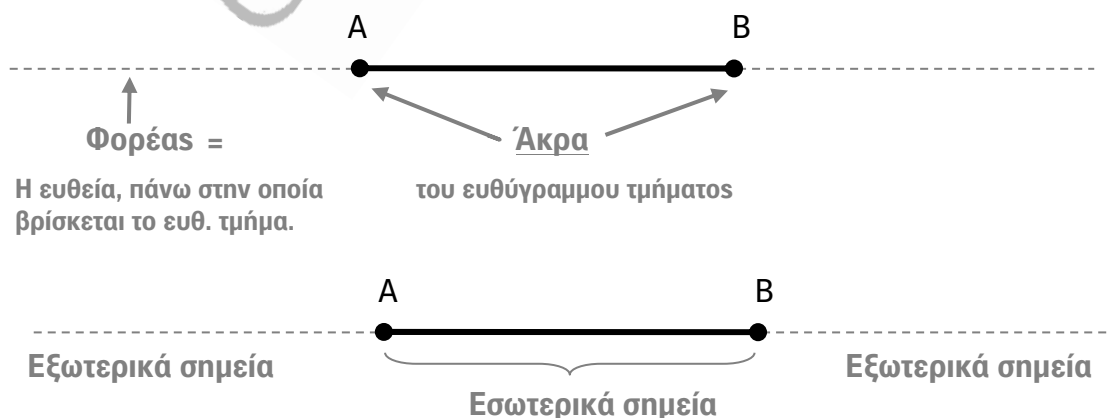
Μάλιστα, στην περίπτωση αυτή, οι δυο ημιευθείες λέγονται **αντικείμενες** (σα να λέμε, δηλαδή, «αντίθετες»).

Ευθύγραμμο Τμήμα

Μπορούμε να πούμε, απλά, μια «ίσια» γραμμή με αρχή και τέλος! Αλλά και καλύτερα:

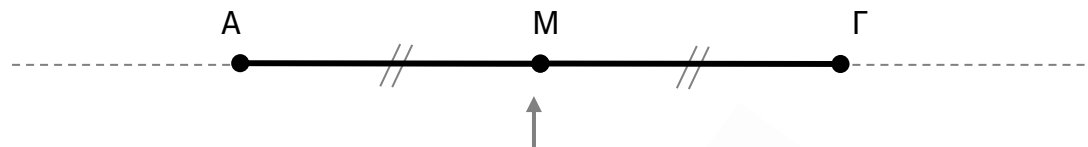
Το μέρος εκείνο μιας ευθείας, το οποίο βρίσκεται ανάμεσα σε δυο σημεία της (καθώς και τα σημεία αυτά).

Διαβάζουμε : Δίνεται το **ευθύγραμμο τμήμα AB** (ή BA)





AB, BΓ = διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα



Μέσο του ευθύγραμμου τμήματος

Μέσο ενός ευθύγραμμου τμήματος AB ονομάζεται ένα εσωτερικό του σημείο M , το οποίο χωρίζει το AB σε δυο ίσα τμήματα.

Γράφουμε:

$$AM = MB = \frac{AB}{2}$$

ΠΡΟΣΘΕΣΗ – ΑΦΑΙΡΕΣΗ ευθύγραμμων τμημάτων



Για να προσθέσουμε δύο ή περισσότερα ευθύγραμμα τμήματα τα μεταφέρουμε πάνω σε μια ευθεία, έτσι ώστε να είναι **διαδοχικά**.



$$AB + BΓ = AΓ$$

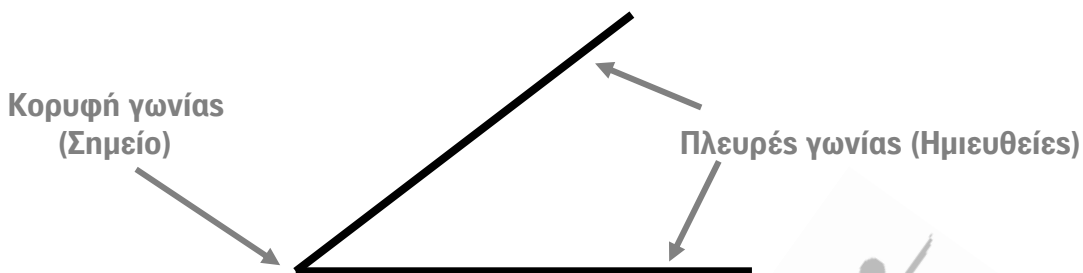


Για να αφαιρέσουμε δυο ευθύγραμμα τμήματα τα μεταφέρουμε πάνω σε μια ευθεία , έτσι ώστε **το μικρότερο τμήμα να βρίσκεται στο εσωτερικό του μεγαλύτερου** , έχοντας όμως το ένα άκρο κοινό.



$$AB - AΓ = ΓB \text{ και } AB - ΓB = AΓ$$

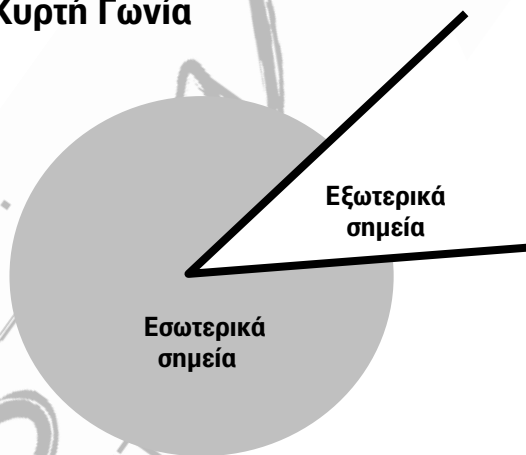
2. Γωνίες



Κυρτή Γωνία

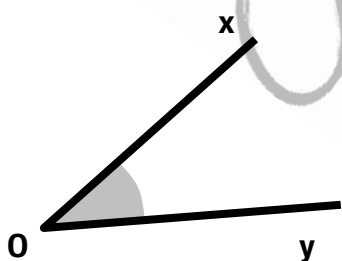


Μη Κυρτή Γωνία

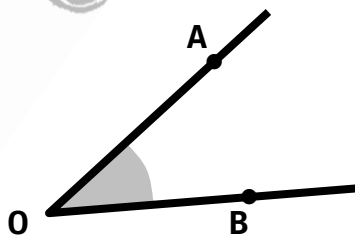


Πώς ονομάζουμε μια γωνία

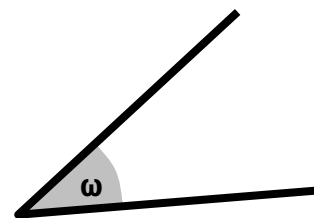
Μια γωνία την ονομάζουμε με πολλούς τρόπους, αναλόγως τι μας εξυπηρετεί καλύτερα σε κάθε πρόβλημα. Μερικά παραδείγματα:



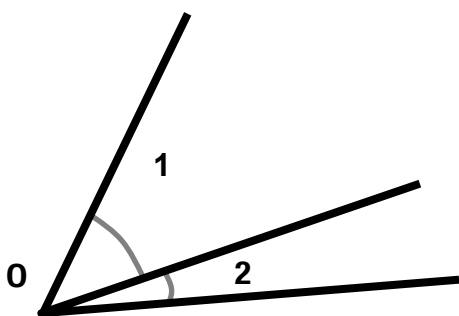
Γωνία $x\hat{O}y$ ή $y\hat{O}x$
 ή απλά \hat{O}



Γωνία $A\hat{O}B$ ή $B\hat{O}A$



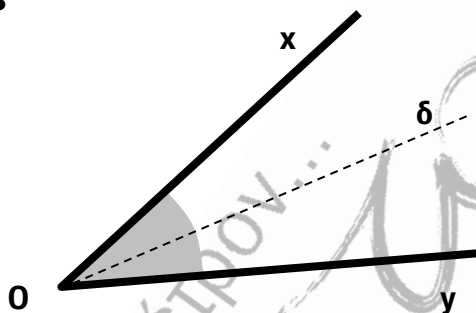
Γωνία $\hat{\omega}$



Γωνίες \hat{O}_1 και \hat{O}_2

← Για ευκολία όταν στο σχήμα υπάρχουν πολλές γωνίες με κοινή κορυφή.

Διχοτόμος Γωνίας



Διχοτομός μιας γωνίας $x\hat{O}y$ ονομάζεται μια ημιευθεία $O\delta$, η οποία χωρίζει τη $x\hat{O}y$ σε δυο ίσες γωνίες.

Γράφουμε:

$$x\hat{O}\delta = \delta\hat{O}y = \frac{x\hat{O}y}{2}$$

Είδη γωνιών

Μηδενική Γωνία

Η κυρτή γωνία της οποίας οι πλευρές ταυτίζονται.

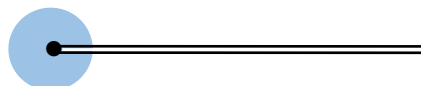
0°



Πλήρης Γωνία

Η μη-κυρτή γωνία της οποίας οι πλευρές ταυτίζονται.

360°



Ευθεία Γωνία

Η γωνία της οποίας οι πλευρές είναι αντικείμενες ημιευθείες.

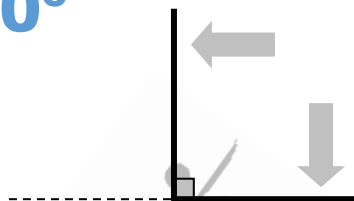
180°



Ορθή Γωνία

Καθεμία από τις ίσες γωνίες στις οποίες χωρίζεται μια ευθεία γωνία από τη διχοτόμο της.

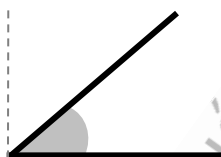
90°



Οι πλευρές μιας ορθής γωνίας ονομάζονται **κάθετες** μεταξύ τους.

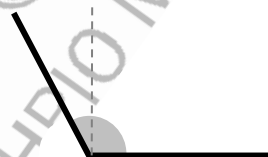
Οξεία Γωνία

Μια γωνία μικρότερη από μια ορθή.



Αμβλεία Γωνία

Μια γωνία μεγαλύτερη από μια ορθή.



Κυρτή Γωνία

Μια γωνία μικρότερη από μια ευθεία γωνία (180°).

Μη Κυρτή Γωνία

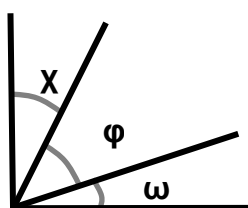
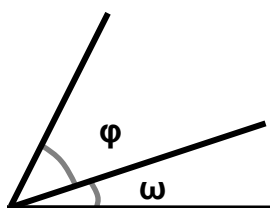
Μια γωνία μεγαλύτερη από μια ευθεία γωνία (180°).

Σχέσεις Γωνιών

Εφεξής Γωνίες

Θα λέγονται δυο γωνίες αν, με απλά λόγια, είναι «κολλητά» η μία στην άλλη, αν δηλαδή η μία αποτελεί συνέχεια της άλλης. Πιο σωστά, λέμε:

Δυο γωνίες θα λέγονται εφεξής αν έχουν: (α) κοινή κορυφή, (β) κοινή μία πλευρά και (γ) κανένα άλλο κοινό σημείο.



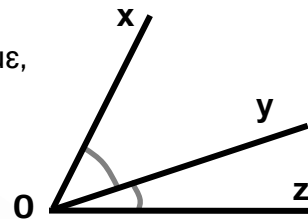
Όταν έχουμε πάνω από δυο εφεξής μαζί τις ονομάζουμε **διαδοχικές**.

ΠΡΟΣΘΕΣΗ – ΑΦΑΙΡΕΣΗ γωνιών



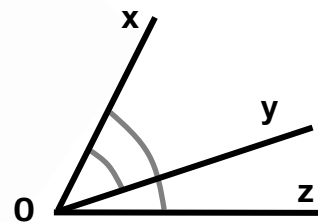
Για να προσθέσουμε δύο ή περισσότερες γωνίες τις μεταφέρουμε, έτσι ώστε να γίνουν **εφεξής** ή **διαδοχικές**.

$$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$$



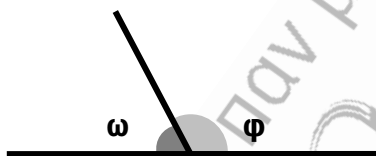
Για να αφαιρέσουμε δυο γωνίες τις μεταφέρουμε, έτσι ώστε **η μικρότερη γωνία να βρίσκεται στο εσωτερικό της μεγαλύτερης**, έχοντας όμως κοινή κορυφή και κοινή τη μία πλευρά.

$$\widehat{xOz} - \widehat{xOy} = \widehat{yOz} \quad \text{και} \quad \widehat{xOz} - \widehat{yOz} = \widehat{xOy}$$



Παραπληρωματικές Γωνίες

Δυο γωνίες θα λέγονται παραπληρωματικές αν έχουν άθροισμα μια ευθεία γωνία.

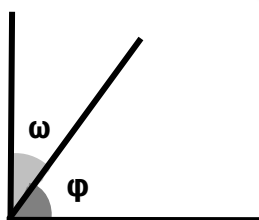


$$\omega + \varphi = 180^\circ \quad \text{ή} \quad \omega + \varphi = 2L$$

δηλ. 2 ορθές

Συμπληρωματικές Γωνίες

Δυο γωνίες θα λέγονται συμπληρωματικές αν έχουν άθροισμα μια ορθή γωνία.



$$\omega + \varphi = 90^\circ \quad \text{ή} \quad \omega + \varphi = 1L$$

δηλ. 1 ορθή

Κατακορυφήν Γωνίες

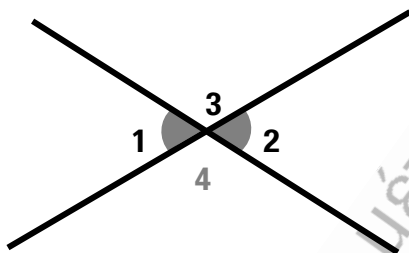
Θα λέγονται δυο γωνίες αν, με απλά λόγια, οι πλευρές τους σχηματίζουν ένα μεγάλο «Χ». Πιο σωστά όμως λέμε:

Δυο γωνίες θα λέγονται κατακορυφήν αν οι πλευρές της μίας είναι αντικείμενες ημιευθείες (ή προεκτάσεις) των πλευρών της άλλης.

Για τις κατακορυφήν γωνίες γνωρίζουμε, επίσης, το εξής **ΘΕΩΡΗΜΑ**:



Οι κατακορυφήν γωνίες είναι πάντα ίσες.



Σε κάθε παρόμοιο σχήμα, λοιπόν, οι απέναντι γωνίες είναι **κατακορυφήν** και ίσες, ενώ οι γειτονικές γωνίες είναι **παραπληρωματικές**.

Δηλαδή: $\hat{O}_1 = \hat{O}_3$ και $\hat{O}_2 = \hat{O}_4$ κατακορυφήν

3. Κύκλος

Γεωμετρικός Τόπος

Το σύνολο των σημείων του επιπέδου που έχουν μια κοινή χαρακτηριστική ιδιότητα λέγεται γεωμετρικός τόπος.

Κύκλος

Το σύνολο των σημείων του επιπέδου, που απέχουν από ένα σημείο O απόσταση ίση με ρ , λέγεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ .

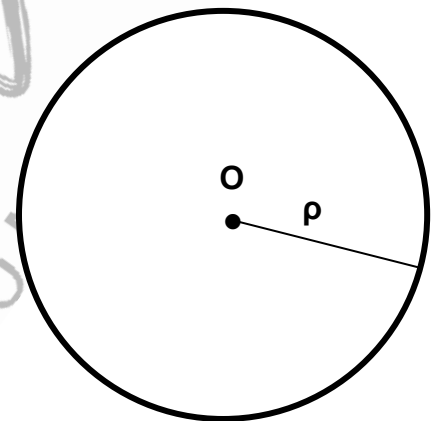
Γράφουμε : Δίνεται ο κύκλος (O, ρ)

Σύμφωνα με τον ορισμό του γεωμετρικού τόπου, μπορούμε επίσης να δώσουμε τον εξής ορισμό:

«Κύκλος, με κέντρο O και ακτίνα ρ , είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου τα οποία απέχουν από το σημείο O απόσταση ίση με ρ ».

Προφανώς...

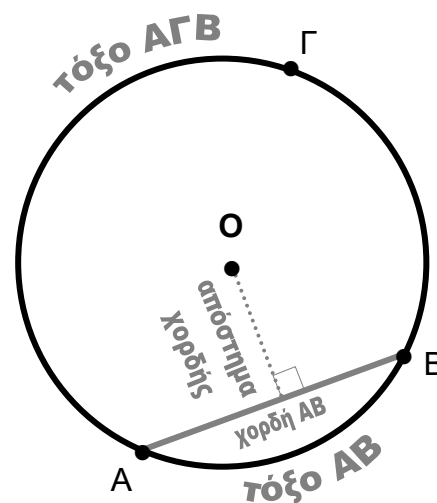
Δυο κύκλοι θα λέγονται ίσοι όταν έχουν ίσες ακτίνες.



Τόξο, Χορδή, Διάμετρος και άλλα πολλά...

Ένα ευθύγραμμο τμήμα, με άκρα δύο σημεία του κύκλου, λέγεται χορδή του κύκλου.

Καθένα από τα δύο μέρη, στα οποία χωρίζεται ένα κύκλος από δύο σημεία του, λέγεται τόξο του κύκλου.

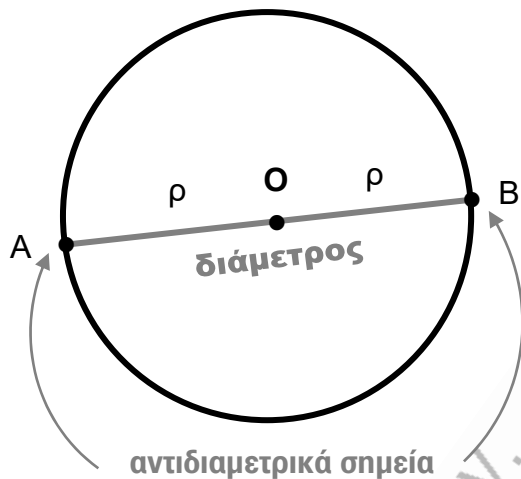


Γράφουμε : Δίνεται το τόξο \widehat{AB} .

Μέσο ενός τόξου AB θα λέγεται ένα εσωτερικό σημείο του M, το οποίο να χωρίζει το AB σε δύο ίσα τόξα.

Γράφουμε:

$$\widehat{AM} = \widehat{MB} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$



Μια χορδή που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου λέγεται διάμετρος.

Είναι προφανές ότι μια διάμετρος δ είναι διπλάσια της ακτίνας, δηλ.

$$\delta = 2\rho \quad \text{ή} \quad \rho = \frac{\delta}{2}$$

Καθένα από τα δύο ίσα τόξα, στα οποία μια διάμετρος χωρίζει έναν κύκλο, λέγεται **ημικύκλιο**. Αν πάλι χωρίσουμε τον κύκλο σε τέσσερα ίσα τόξα (φέρνοντας δυο κάθετες διαμέτρους), τότε το καθένα λέγεται **τεταρτοκύκλιο**.

Θέση σημείου ως προς κύκλο

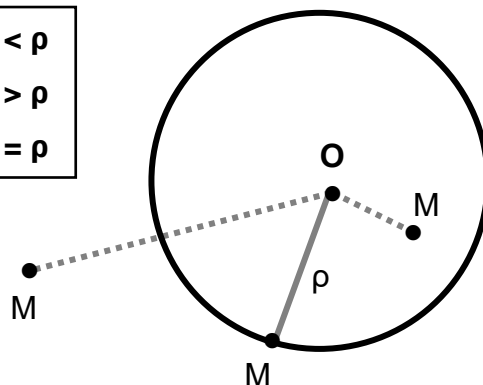
Ένα σημείο μπορεί να είναι είτε :

- εσωτερικό σημείο** ενός κύκλου, είτε
- εξωτερικό σημείο**, είτε τέλος
- σημείο του κύκλου**.

Αν (O, ρ) ένας κύκλος, M ένα σημείο του επιπέδου και OM η απόσταση του M από το κέντρο O του κύκλου, τότε ισχύει:

- Αν M εσωτερικό σημείο του κύκλου:
- Αν M εξωτερικό σημείο του κύκλου:
- Αν M σημείο του κύκλου:

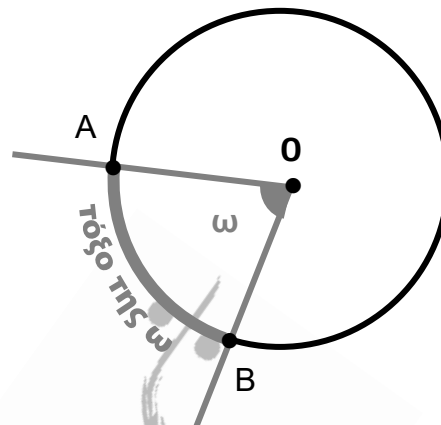
$$\begin{aligned} OM &< \rho \\ OM &> \rho \\ OM &= \rho \end{aligned}$$



Επίκεντρη Γωνία

Μια γωνία λέγεται επίκεντρη όταν η κορυφή της είναι το κέντρο ενός κύκλου.

Θα λέμε ότι η επίκεντρη γωνία ω «βαίνει στο τόξο AB ».



Σύγκριση τόξων

Για να συγκρίνουμε δύο τόξα (δηλ. να εξετάσουμε ποιο είναι μεγαλύτερο / μικρότερο ή αν είναι ίσα) πρέπει να βρίσκονται στον ίδιο κύκλο ή σε ίσους κύκλους! Διαφορετικά, τόξα που βρίσκονται σε άνισους κύκλους ΔΕΝ συγκρίνονται!

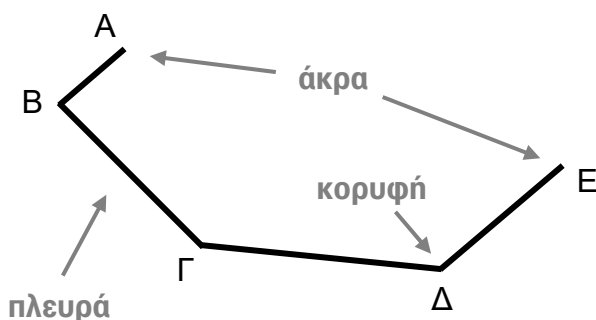


Δυο τόξα είναι ίσα, αν και μόνο αν οι αντίστοιχες επίκεντρες γωνίες είναι ίσες.

4. Ευθύγραμμα Σχήματα

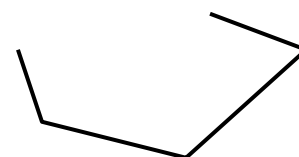
Τεθλασμένη Γραμμή = είναι το σχήμα εκείνο, που αποτελείται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα, έτσι ώστε τα άκρα τους ανά τρία διαδοχικά να μην είναι συνευθειακά.

Περίμετρος = το άθροισμα των πλευρών
 π.χ. $\Pi = AB + ΒΓ + ΓΔ + ΔΕ$

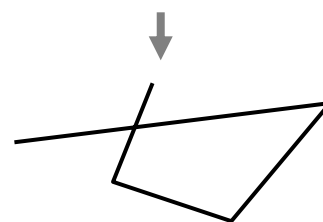


Απλή τεθλασμένη

Όταν δύο οποιεσδήποτε μη διαδοχικές πλευρές της δεν τέμνονται.

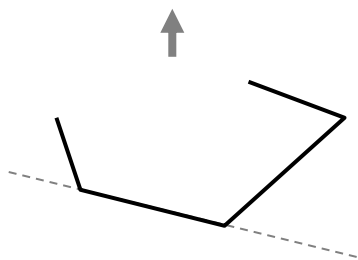


Τεθλασμένη που ΔΕΝ είναι απλή.

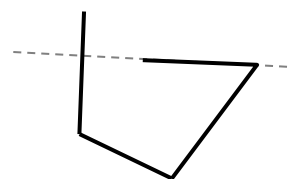
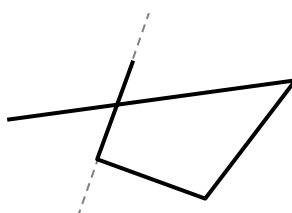


Κυρτή τεθλασμένη

Όταν ο φορέας κάθε πλευράς της αφήνει όλες τις άλλες κορυφές προς το ίδιο μέρος

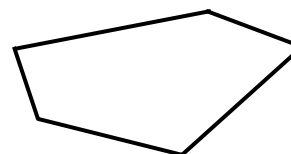


Μη κυρτές τεθλασμένες



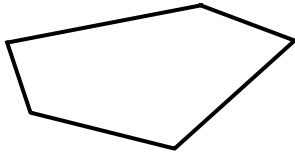
Κλειστή τεθλασμένη

Μια τεθλασμένη της οποίας τα άκρα ταυτίζονται.

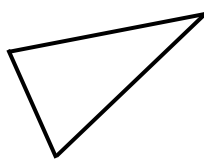
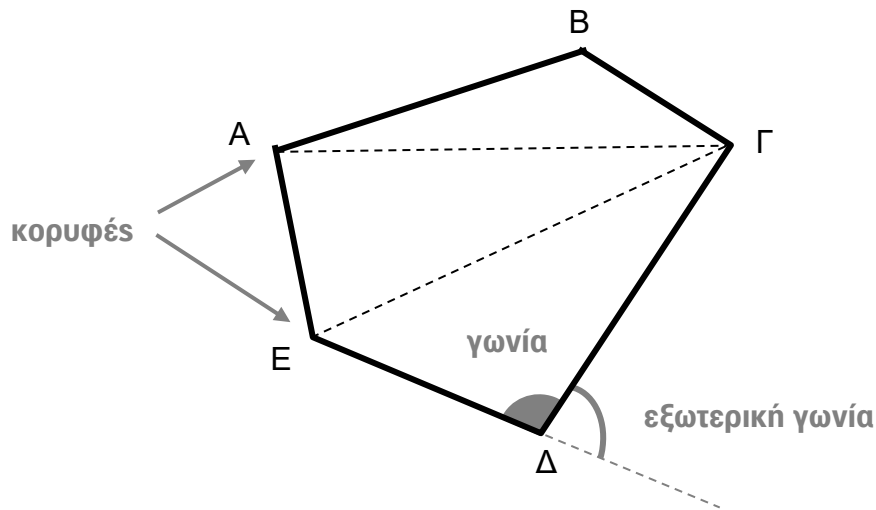
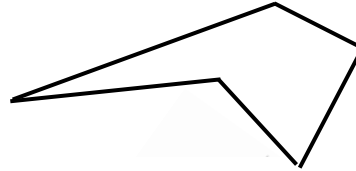


Πολύγωνο = Μια κλειστή και απλή τεθλασμένη γραμμή.

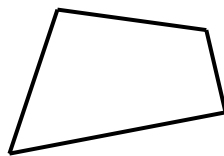
Κυρτό πολύγωνο



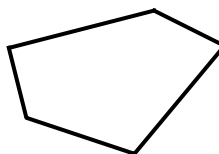
Μη κυρτό πολύγωνο



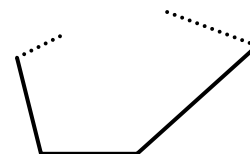
Τρίγωνο



Τετράπλευρο



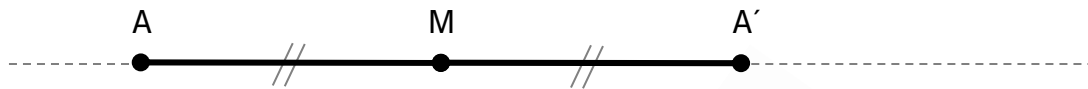
Πεντάγωνο



n-γωνο

5. ΣΥΜΜΕΤΡΙΕΣ

Σημεία συμμετρικά ως προς κέντρο



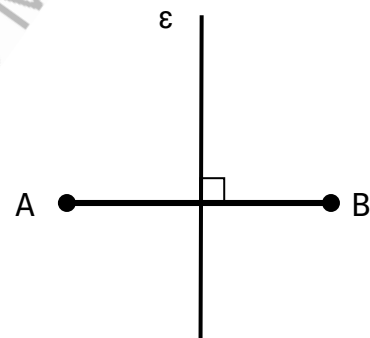
Αν σε ένα ευθύγραμμο τμήμα AA' σημειώσουμε το μέσο του M , τότε για τα σημεία A και A' θα λέμε ότι είναι συμμετρικά, ως προς κέντρο συμμετρίας το σημείο M . Άρα:

Ένα σημείο A' θα λέγεται συμμετρικό ενός σημείου A , ως προς κέντρο συμμετρίας ένα σημείο O , όταν το O είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AA' .

Μεσοκάθετος Ευθύγραμμου Τμήματος

Όπως λέει και το όνομά της...

Μεσοκάθετος ενός ευθύγραμμου τμήματος AB θα λέγεται η ευθεία που είναι κάθετη στο AB και διέρχεται από το μέσο του.

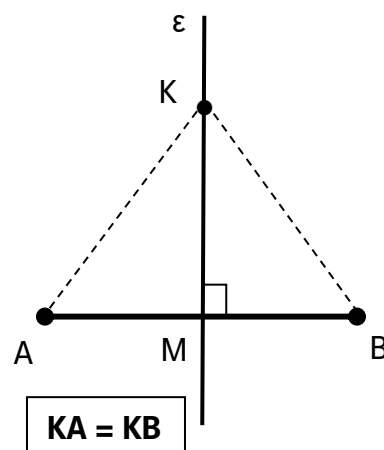


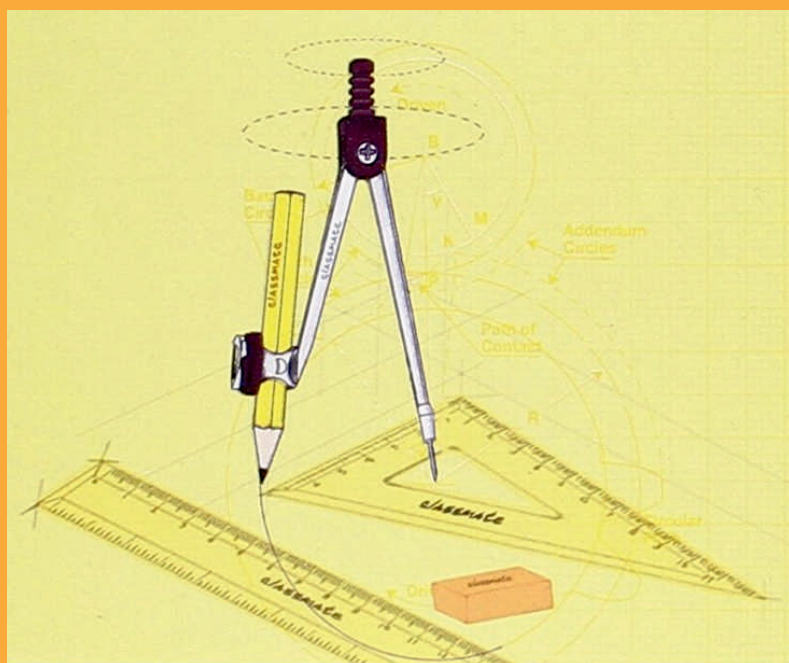
Ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου

Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος AB ισαπέχει από τα άκρα του A και B .

Αλλά και αντιστρόφως...

Αν ένα σημείο ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος AB τότε είναι σημείο της μεσοκαθέτου.





Αβέρωφ 8, Πλατεία Καπνεργάτη
t/f: 2510 832 201

www.ariston.gr
info@ariston.gr